Gezegenleri kim yuvarlıyor?

Ahmet YALÇIN
Ar-Ge Müdürü
ESER Taahhüt ve Sanayi A.Ş. Turan Güneş Bulvarı Cezayir Caddesi 718. Sokak No: 14 Çankaya, Ankara

E-posta: ayalcin@eser.com

Özet
Aralık 2015'te tam da Göreliliğin 100. Yılında bilim dünyasına ulaşması için "Evrensel Kuvvet-Hareket Eşitliği ve Güneş Sistemi uygulaması" adlı makalemi alelacele1000 dolaylarında saygın bilim adamına doğrudan ulaştırmaya çalışmıştım. O makale basitçe iki sıradan gözleme yanıt vermekteydi:
"Neden bir sistem içindeki tüm gök cisimleri genel olarak tek bir düzlem etrafında öbekleşirler?"
"Neden her gök cismi hiyerarşik olarak bağlı olduğu büyüğünün etrafında genellikle ***-hep aynı yönde-*** *dolanır?"*
Makalede 3. Bir soru daha sorulmuştu ancak yanıtlanmamıştı.
"Gök cisimleri neden kendi eksenleri etrafında dönerler?"
Bu makale bu sıradan gözlemin de, rastlantısal ve başlangıç koşullarıyla ilintili olmadığını, tam tersine iki cismin somut ve süregelen etkileşiminin sonucu olduğunu matematiksel çözümlemeleriyle birlikte göstermektedir.

Giriş

Konunun kolay anlaşılması için "**Evrensel Kuvvet-Hareket Eşitliği ve Güneş Sistemi uygulaması**" adlı makaleyi özetlemeliyim.
"Evrensel kuvvet-hareket eşitliği" Newton fiziğindeki **kaçış hızını** temel alır. Buna göre her gök cismi kendisinden r kadar uzaktaki bir noktada aşağıdaki **sürat alanı**na sahiptir:

$$v_f = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Burada G kütlesel çekim sabiti (gravitational constant) ve M alanı oluşturan gök cisminin kütlesidir. Buna göre bu cismin potansiyel alanı, bu sürat alanının karesinin yarısının ters işaretlisi olacaktır. Bu alana **var oluş** sürat alanı diyeceğiz.

"**Evrensel kuvvet-hareket eşitliği**" ikinci olarak, eğer alanın kaynağı olan gök cismi kendi ekseni etrafında **dönüyorsa**, bu **sürat alanını da döndürdüğünü** varsayar. Böylece etki alanında bu sürat alanına bir de hız alanı eşlik edecektir:

$$\boldsymbol{v_{fh}} = k\sqrt{\frac{2GM}{r}}\,(\boldsymbol{\hat{\omega}} \times \boldsymbol{\hat{r}})$$

Burada k cismin dönme hızını ölçekleme katsayısı, $\boldsymbol{\hat{\omega}}$ dönme ekseni doğrultusundaki birim vektörü $\boldsymbol{\hat{r}}$ ise etki noktasını işaretleyen birim vektördür. Alan hız genliği $(|\boldsymbol{v_{fh}}|)$ ekvatordaki **var oluş** süratına eşit olursa (yani o noktadaki sürat alanı iki katına çıkarsa) $k = 1$ olacaktır. Ne yazık ki her gök cismi için sabit bi k değerini doğrudan belirlemek zordur. Çünkü kaya gezegenler dışında güneş ve gaz devleri için yekpare bir dönüş hızı gözlemleyemiyoruz. Ekvatordaki maximum hız kutuplara doğru azalmaktadır. Dünya için $k = 0{,}0415$ tir.

Buna göre cismin etki alanı aslında bir **sürat+hız** alanıdır. Bu büyüklüğü, vektör bileşeni gerçek vektör olan bir dördeyle (quaternion) ifade edeceğiz:

$$\boldsymbol{q_f} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} + k\sqrt{\frac{2GM}{r}}(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}}) = \sqrt{\frac{2GM}{r}}[1 + k(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})]$$

Böyle bir durumda bu cismin **etkin alan potansiyeli** bu dördeyin "**normu**"nun (kendisiyle sayısal çarpımı[1]) yarısının ters işaretlisi olacaktır. Yani:

$$V(r) = -\frac{GM}{r}[1 + k(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})] \cdot [1 + k(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})] = -\frac{GM}{r}(1 + k^2 \sin^2\theta)$$

Burada θ açısı iki birim vektör arasındaki açıdır. Parantez içindeki ifade **alan dağılım çarpanı**dır.
Artık yeni kuvvet alanı, bu ifadenin diklemesi (gradient) olacaktır. Küresel koordinatlarda, bu diklemenin hem ışınsal (radial) hem de kutup açısal (polar) bileşenleri bulunacaktır:

$$\boldsymbol{g}(r,\theta) = -\boldsymbol{\nabla}V(r,\theta) = -\frac{Gm}{r^2}\left[\left(1 + k^2\sin^2\theta\right)\widehat{\boldsymbol{r}} + k^2 \sin 2\theta\,\widehat{\boldsymbol{\theta}}\right]$$

Yeni kuvvet alanında merkezi bir bileşen yanında ekvator düzlemine bastıran ikinci bir bileşen de bulunacaktır. Kuvvet alanı artık küresel değil eksenel simetriktir. Evrendeki yassılaşmanın kaynağı da budur.

İki cismin etkileşiminde her ikisi de eksenleri etrafında dönüyorsa, etkin alan dağılımı daha karmaşık olacaktır. Aralarındaki uzaklık r olan iki cismin her birinin alan potansiyel dağılımı aşağıdaki gibidir:

$$V_1(r) = -\frac{GM_1}{r}[1 + k_1(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{1}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})] \cdot [1 + k_1(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{1}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})]$$

$$V_2(r) = -\frac{GM_2}{r}\{1 + k_2[\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{2}} \times (-\widehat{\boldsymbol{r}})]\} \cdot \{1 + k_2[\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{2}} \times (-\widehat{\boldsymbol{r}})]\}$$

Cisimlerden birinciden ikinciye doğru olan birim vektör $\widehat{\boldsymbol{r}}$ ise, ikinciden birinciye olan $-\widehat{\boldsymbol{r}}$ olacaktır.

Konu **karşılıklı etkileşim** olunca alan dağılımı, bu kez, iki cismin alan dördeylerinin birbirleriyle noktasal çarpımı olacaktır. Dağılım çarpanına γ dersek:

$$\gamma = [1 + k_1(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{1}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})][1 - k_2(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{2}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})]$$

Böylece her bir cismin **etkin alan potansiyeli**, **kuvvet alanı** ve **birbirlerine uyguladığı kuvvetler** aşağıdaki gibi olacaktır:

$$V_{1e}(r) = -\frac{GM_1}{r}\gamma$$

$$V_{2e}(r) = -\frac{GM_2\gamma}{r}$$

$$\boldsymbol{g_1} = GM_1\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\gamma}{r}\right)$$

$$\boldsymbol{g_2} = GM_2\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\gamma}{r}\right)$$

$$\boldsymbol{F_1} = \boldsymbol{F_2} = GM_1M_2\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\gamma}{r}\right)$$

Bu son ifade "**evrensel kuvvet eşitliği**" dir. Açıktır ki eğer iki cismin ekvator düzlemleri çakışık değilse, dikleme işleminin **üç bileşeni** de bulunacaktır. **Işınsal bileşen** Newton fiziğindeki **kütlesel çekim** kuvvetine, **kutupsal bileşen yassılaşma** (flattening) kuvvetine ve **azimuth bileşen** de sistemdeki cisimlerin **dolanma yönünü** belirleyen kuvvete karşı gelmektedir.

Sürat-hız alanında çalışma bize olağanüstü yeni olanaklar sunmaktadır. Böylece cisimler birbirlerine göre hareket ettiklerinde etkilendikleri alanın **algılanma hızını** tanımlayabilmekteyiz. Konum vektörü etkilendiği cisme göre $\boldsymbol{r}$ olan bir cisim $\dot{\boldsymbol{r}}$ hızıyla hareket ediyorsa, alan hızını kendi hızı kadar **eksik algılayacaktır**. Bu durumda hissedilen **göreli alan dördeyi** aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{fr}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} + k\sqrt{\frac{2GM}{r}}(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}}) - \dot{\boldsymbol{r}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}\left[1 + k(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}}) - \sqrt{\frac{r}{2GM}}\dot{\boldsymbol{r}}\right]$$

Etkileşen iki cisim için göreli alan potansiyelleri ve etkin alan potansiyel dağılım çarpanları da benzer şekilde tanımlanacaktır. Göreli **etkin alan dağılımı** γ_r ise iki cismin birbirine uyguladığı kuvvet:

$$\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{1r}} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{2r}} = GM_1M_2\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\gamma_r}{r}\right)$$

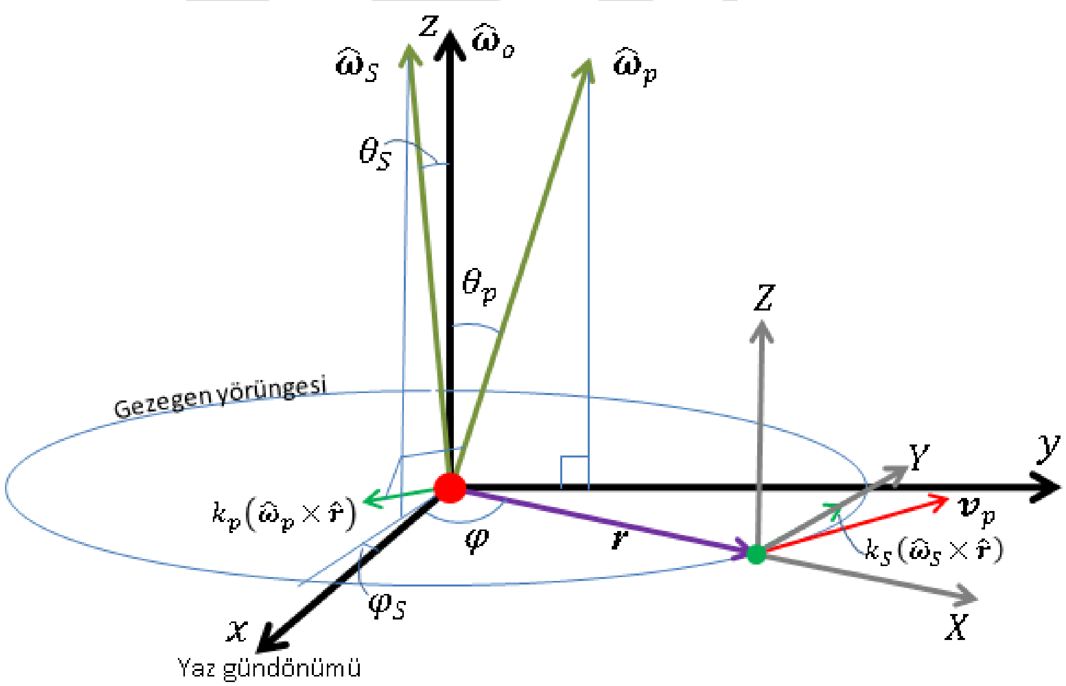
Göreli hızlar kullanıldığında, cisimlerin hareketi için çok basit ama evrensel olarak geçerli bir ilke vardır: **"Şeyler kendilerine uygulanan kuvveti yok edecek şekilde davranırlar."** Aslında bu ifade **Newton'un hareket yasaları**nın **iki ve üçüncüsü**nün bir arada ve daha yalın bir ifadesidir. Serbest düşen cisimlerin yerçekimini hissetmemeleri gibi, gezegenler de yörüngelerinde Güneşin çekimini hissetmezler. Çünkü onu sıfırlayacak şekilde hareket ederler. Bu yorum Einstein'ın "gezegenlerin yörüngelerinde dengede olmalarının yer çekim kuvveti ile ilgisinin olmadığına" ilişkin yaklaşımı ile örtüşmektedir. Böylece aşağıdaki eşitlik geçerli olacaktir:

$$\boldsymbol{F}_{\boldsymbol{1r}} = \boldsymbol{F}_{\boldsymbol{2r}} = \boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\gamma_r}{r}\right) = 0$$

Bu ifade de **evrensel hareket eşitliği**dir. Bu diferansiyel denklemin çözümü üç eksende hareketi verecektir.

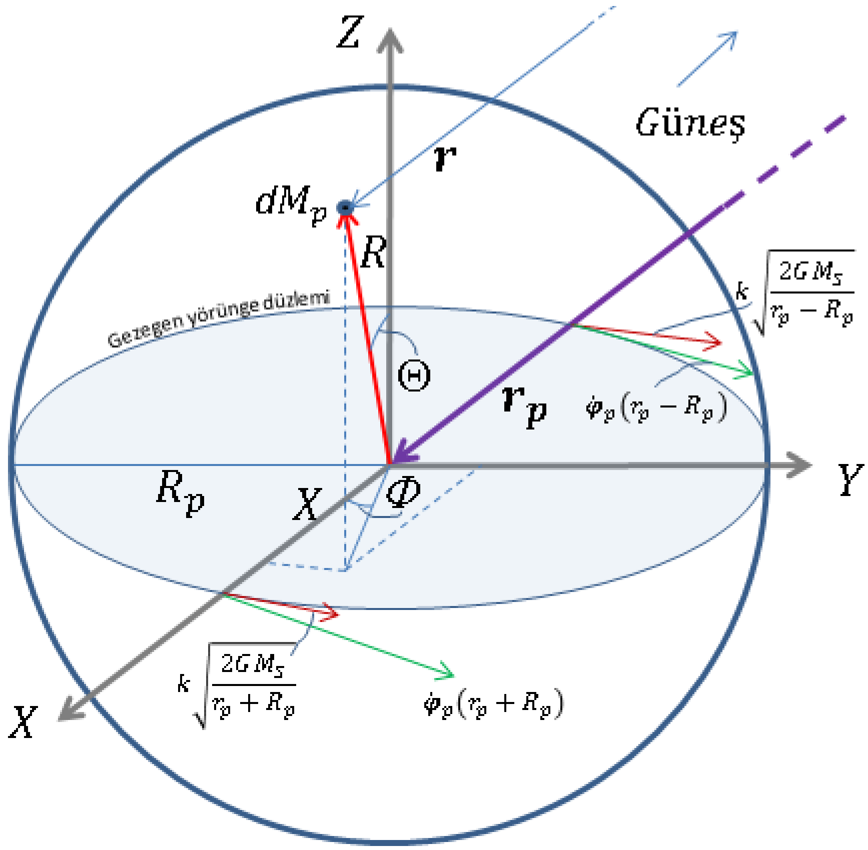
Noktasal etki-Uzamsal Etki

Uzamsal cisimlerin etkileşimleri ise sandığımızdan daha **karmaşıktır**. Denizlerdeki **gel-git**ler buna örnektir. Gök cisimlerinin kuvvet alanı, uzaklığa göre **ters kare yasası** gereği azalmaktadır. Alandan etkilenen cisim uzamsal yapıdaysa, bu cismi oluşturan **her parçacık farklı şiddette bir alan etkisi** altında bulunacaktır.



Şekil 1. Güneş-gezegen ikilisinde koordinat sistemleri

Şekil 1'deki Güneş-gezegen ikilisindeki koordinat sistemlerini göz önüne alalım. Güneş merkezli koordinat sisteminde bahar gündönümü (vernal equinox) doğrultusu x-ekseni, yörünge düzlemine dik doğrultuyu da z-ekseni olarak seçelim. Gezegen yörünge üzerinde $\boldsymbol{r}$ konumundadır ve Güneş merkezli sistemde (x_p, y_p, z_p) veya $(r_p, \theta_p, \varphi_p)$ noktasında hareket etmektedir. Bunlara ait birim vektörler $(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k})$ ve $(\hat{\boldsymbol{r}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\boldsymbol{\varphi}})$ olsun. Gezegen merkezli koordinat sistemi (X, Y, Z)'deki birim vektörler $(\boldsymbol{I} = \hat{\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{J} = \hat{\boldsymbol{\varphi}}, \boldsymbol{K} = \boldsymbol{k})$ olacaktır. Bu durumda gezegen yörüngede dolanırken (X, Y, Z) koordinat sistemi de (x, y, z) etrafında dönmektedir.



Şekil 2. Gezegen içi

Şekil 2 gezegene daha yakından bakıştır. Burada gezegenin içindeki herhangi bir noktayı (X, Y, Z) olarak veya küresel koordinatlarla $(R \sin \Theta \cos \phi, R \sin \Theta \sin \phi, R \cos \Theta)$ şeklinde gösterebiliriz. Burada (R, Θ, ϕ), (X, Y, Z) koordinat sisteminin küresel karşılığıdır. Böylece bu noktanın güneşe uzaklığı -X ekseni $\hat{\boldsymbol{r}}$ doğrultusunda olduğundan- aşağıdaki gibidir:

$$r = r_p + X = r_p + R \sin \Theta \cos \phi$$

Eğer gezegenin yarıçapı R_p ise, gezegen üzerinde Güneşe en yakın ve en uzak noktalardaki güneş alanının sürat ve dönel hız büyüklükleri sırası ile: $\sqrt{\frac{2GM}{r_p - R_p}}$, $k\sqrt{\frac{2GM}{r_p - R_p}}$, $\sqrt{\frac{2GM}{r_p + R_p}}$ ve $k\sqrt{\frac{2GM}{r_p + R_p}}$ olacaktır. Yani güneşin hız-potansiyel ve sonuçta kuvvet alanı gezegen içinde güneşten uzaklaştıkça doğrusal olmayan bir biçimde azalacaktır.

Benzer şekilde yörünge üzerinde gezegenin açısal hızı $\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\boldsymbol{p}}$ ise, gezegenin güneşe en yakın ve en uzak noktalarının çizgisel hızları sırasıyla $(r_p - R_p)\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\boldsymbol{p}}$ ve $(r_p + R_p)\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\boldsymbol{p}}$ olacaktır. Yani bu hız da, alan hızının tersine Güneşten uzaklaştıkça artacaktır. Böylece **gezegen içindeki her nokta**, **alan etkisini** yakından uzağa **farklı algılayacaktır**. Bu farklı algılama üç eksen için de geçerlidir.

Alan kuramına aşina okurlar homojen olmayan (non-uniform) hız ve kuvvet alanlarının etkilerini bilirler. Böylesine vectör alanlarına uygulanan kıvrım (curl) işlemi o alanda oluşan dönme eğilimini verecektir.

Konuya **enerji temelinde** aşağıdaki teoremle daha yakından bakalım:

Teorem 1a: Bir gök cisminin, etki alanındaki **noktasal bir kütleye kazandırdığı potansiyel** enerji, aynı kütledeki **uzamsal bir kütleye kazandırdığı potansiyel enerjiden** daha **küçüktür**.

1b: Bir gök cisminin etrafında, dengeli bir yörüngede dönen **noktasal bir kütlenin kinetik enerjisi** aynı kütledeki **uzamsal bir kütlenin kinetik enerjisinden** daha **küçüktür**.

Bu teorem **Newton fiziğindeki Shell** teoreminin alandan etkilenen cisim için karşılığıdır. Ancak sonuçları açısından **noktasal** ve **uzamsal kütleler** eşdeğer değildir.

Kanıt: Şekil 1b'de Güneşten r_p kadar uzaktaki bir noktada çekim potansiyeli:

$$V_p = -\frac{GM_S}{r_p}$$

Alanın **noktasal kütle**M_p olarak gezegene kazandırdığı potansiyel enerji:

$$E_p = -\frac{GM_S}{r_p} M_p$$

Güneşin uzamsal gezegen içinde r kadar uzaktaki sonsuz küçük bir parçacığa kazandığı potansiyel enerji:

$$dE_{pv} = -\frac{GM_S}{r_p + X} dM_p$$

Gezegende yoğunluğu ρ olan homojen bir kütle dağılımı varsa $dM_p = \rho d\mathcal{V}$ yazılabilir ($d\mathcal{V}$ gezegen içinde sonsuz küçük hacim). Böylece küresel koordinatlarla yukarıdaki ifade:

$$dE_{pv} = -\frac{GM_S}{r_p + R\sin\Theta\cos\phi} \rho R^2 \sin\Theta \, dR d\Theta d\phi$$

Bu ifadenin integrasyonu oldukça karmaşıktır. Gezegenin alan hızı, bulunduğu noktada $\sqrt{\frac{2GM_S}{r}} \approx -\frac{1}{2r_p}\sqrt{\frac{2GM_S}{r_p}}\left(r - 3r_p\right)$ biçiminde doğrusallaştırılabilir. Alan potansiyeli bu hızla hesaplanırsa, entegrasyon işlemi kolaylaşacaktır. Böylece, gezegen küresinin bütününde potansiyel enerji aşağıdaki gibi bulunur:

$$E_{pv} \approx -\frac{GM_S M_p}{r_p}\left(1 + \frac{R_p^2}{20r_p^2}\right)$$

Buradaki ilk terim **noktasal kütle potansiyel enerjisi** ikincisi ise **uzamsal olmadan** kaynaklanan **artıştır**.

Benzer şekilde, noktasal gezegenin kinetik enerjisi, -hızı $r_p\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\boldsymbol{p}}$ olduğundan-:

$$E_K = \frac{1}{2} M_p r_p \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\boldsymbol{p}} \cdot r_p \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{\boldsymbol{p}} = \frac{1}{2} M_p r_p^2 \dot{\varphi}_p{}^2$$

Uzamsal gezegen içindeki sonsuz küçük her nokta Güneş etrafında **aynı açısal hızla** dolandığından:

$$dE_{Kv} = \frac{1}{2}\dot{\varphi}_p{}^2\left(r_p + X\right)^2 dM_p$$

Entegrasyonla:

$$E_{Kv} = \frac{1}{2} M_p \dot{\varphi}_p{}^2 r_p^2 \left(1 + \frac{R_p^2}{5r_p^2}\right)$$

Buradaki ilk terim de **noktasal gezegenin kinetik enerjisi**, ikincisi ise aynı kütlede **uzamsal** olmadan kaynaklanan artıştır. **Uzamsal cisim bir anlamda alandan enerji emilimi yapmaktadır**. Yani "özel yörüngesel enerjisi" (specific orbital energy) artmaktadır.

“**Evrensel hareket eşitliği**” gereği Gezegen kendisine uygulanan kuvveti yok etmek için **güneşin etrafında dolanmaktadır** ve öyle anlaşılıyor ki uzamsal olunca **emdiği enerji,** kinetik enerjisini artırmakta ve böylece gezegenin doğrusal ve spin hızı etkilenmektedir.

Genel olarak, güneş-gezegen etkileşiminde gezegen, güneş potansiyel alanını **evrensel hareket eşitliği** uyarınca aşağıdaki gibi algılayacaktır[2]:

$$V_{Srel} = -\frac{Gm_S}{r}\left\{1 - k_S k_p\big(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{p}} \times \hat{\boldsymbol{r}}\big)\cdot(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}} \times \hat{\boldsymbol{r}}) + \left[k_S(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}} \times \hat{\boldsymbol{r}})\cdot\dot{\boldsymbol{r}} + k_p\big(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{p}} \times \hat{\boldsymbol{r}}\big)\cdot\dot{\boldsymbol{r}}\right]\sqrt{\frac{r}{2Gm_S} - \frac{r\dot{\boldsymbol{r}}\cdot\dot{\boldsymbol{r}}}{2Gm_S}}\right\}$$

Buradaki S alt simgeli ifadeler güneşe, p alt simgeliler ise gezegene aittir.
Bu ifadedeki **birim vektör çarpanları**, gezegenin güneş etrafındaki bir dönüşü boyunca oluşan **çok yavaş değişimler**dir ve gezegen küresi içindeki etkileri **ihmal edilebilir**. Bunlar sabit kabul edilip sadece “$r = r_p + R\,sin\,\Theta\,cos\,\phi$” dönüşümü ile, V_{Srel} ifadesi, gezegen içindeki değişkenler (R, Θ ve ϕ) cinsinden yazılabilir. Böylece elde edilen yeni ifadenin diklemesi gezegenin her parçacığına üç eksende etkiyen kuvvet alanını verecektir. Bu alanının sadece teğetsel bileşeni spin için etkin olacaktır[3]:

$$\boldsymbol{g_{pT}}(R,\Theta,\phi) = \widehat{\boldsymbol{R}} \times \boldsymbol{\nabla} V_{Srel}(R,\Theta,\phi)$$

Bu **teğetsel kuvvet alanı** artık **konservatif** değildir ve dönmez bir alan (irrotasyonel-dikleme alanı) olmaktan çıkmıştır. Yani enerji harcar. Bu da gezegenin dönmesine yol açacaktır.

Bu ifadeye uygulanan kıvrım işlemi[3] (curl operation) gezegen küresindeki dönmenin ölçüsü olacaktır. İfadeye kıvrım teoremini (curl theorem) uygularsak, dönme etkisini gezegen küresinin bütününde elde ederiz:

$$\iiint \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{g_T}\, d\mathcal{V} = \oiint \widehat{\boldsymbol{R}} \times \boldsymbol{g_T}\, dS = 0$$

Teorem gereği aynı büyüklük gezegen yüzeyinde alınan yüzey integrali ile de bulunur. Yüzey integralindeki $\widehat{\boldsymbol{R}} \times \boldsymbol{g_T} dS$ ifadesi alan kuramında büklüm (twist) olarak adlandırılır. Alan kuramına göre bu ifade $2\mathcal{V}\Omega^2\widehat{\boldsymbol{\Omega}}$ gibi bir büyüklüğe eşit olması gerekirdi. Ancak burada **göreli (algılanan) alan potansiyeli** kullanıldığından “**evrensel hareket eşitliği” kavramı** gereği sıfır olmalıdır. Çünkü ifade yukarıdaki uzun eşitlikte de görüldüğü üzere güneş ve gezegenin spin hareketini de içermektedir (k_S ve k_p).

Yukarıdaki integrasyon işlemi oldukça karmaşıktır çünkü işlem, $\dot{\boldsymbol{r}}$ ifadesi nedeniyle R, Θ ve ϕ değişkenlerinin zamana göre türevlerini de içermektedir. Gene de bütün bu yukarıda anlatılanlardan gök cisimlerin spin hareketi için aşağıdaki temel doğrular özetlenebilir:

1. Gezegenlerin dönüşü **rastlantısal değildir** ve **iç dinamikler ve başlangıç koşullarıyla açıklanamaz**. Güneşin etrafında dolanmaları nasıl çekim kuvvetinin zorunlu sonucu ise kendi eksenleri etrafında dönmeleri de “**evrensel kuvvet eşitliği**” ile tanımlanan **yanal kuvvetlerin zorunlu sonucudur**.
2. Gök cismi **hacim kazandığında**, alandan **enerji emmeye** başlar. “Özel yörüngesel enerjisi” (Specific orbital enegy) artar. Emilen enerji gezegenin kinetik enerjisini artıracaktır. **Yanal kuvvet** büyüklüklerine bağlı olarak, bu enerji gezegenin **doğrusal** ve/veya **spin hızını** etkileyecektir.
3. **Yanal kuvvetler**, Güneş ve gezegenlerin dönme eksenleri arasındaki açının büyüklüğü oranında artacaktır. Yarıçapı büyük olan Venüs bu nedenle yavaş, küçük olan Mars ise hızlı dönmektedir.
4. Güneş dönmeseydi (yani ekvatoru olmasaydı) veya dönseydi de gezegeninkilerle aynı ekvator düzlemine sahip olsalardı gezegenlerde spin hareketi olmayacaktı.

5. Güneşin ve gaz devlerinin spin hızları iç içe geçmiş silindirler gibi merkeze ve kutuplara doğru yavaşlamalıdır.
6. Ay ve dünyanın eksenleri arasındaki açı, dönüş için yeteri kadar yanal kuvvet oluşturur. Ancak gel-git nedeniyle dünyadaki küresel deformasyon, ay küresi içindeki her bir noktanın “$r = r_m + R\, sin\, \Theta\, cos\, \phi$” şeklinde tanımına engel olmaktadır. Enerji emilmesi yapamayan ay bu nedenle dönememektedir (Ge-gitsel kilitlenmenin matematiksel açıklaması).

Görülüyor ki spin olayında temel etken yanal kuvvetlerdir.
Uzamsal yapı tek başına spin için **yeterli** değildir. **Yanal kuvvet** yoksa **emilen enerji** sadece **doğrusal hızları artıracak** bu da Merkür’deki gibi **yörüngesel kaymalara** (orbital presession) ve Keplerin **üçüncü yasasında** ufak **sapmalara** yol açacaktır.

Yanal kuvvetlerin kaynağı ise etkileşen cisimlerin **ekvator düzlemlerinin çakışmamasıdır**. Peki neden çakışmaz? **Bunun da rastlantısal olmadığını belirtelim**. Hesaplamalarda gezegenlerin içinde **homojen bir kütle dağılımı**nın olduğunu varsaydık. Bu durumda hiç kuşkusuz gezegen **içindeki her parçacığa etkiyen kuvvet** sadece o parçacığın **fiziksel konumuna** bağlı olacaktır. Oysa **gezegenler heterojen yapıdadır**. Yani gezegen içindeki **her noktaya etkiyen kuvvet o noktanın yoğunluğunun** da fonksiyonudur. Bu nedenle gezegen, yörünge üzerinde **eksenel simetrik kuvvet dağılımı** olacak şekilde bir **konum alacaktır**. Sonuçta gezegenlerin eksenel eğiklikleri homojen olmayan içyapılarının zorunlu sonucudur. Böylece gezegenlerin **iç dinamiklerinde** örneğin dünya üzerimdeki **tektonik hareketlerde** güneşin etkisini ihmal edemeyeceğimiz anlaşılıyor.

Teşekkür
“Evrensel kuvvet-hareket eşitliği” konulu önceki makale, bilim dünyasına 100. Yılda ulaşmak kaygısıyla hiçbir dergide yayımlanmamıştı. Buna rağmen makaleye olağan üstü ilgi gösteren tüm bilim insanlarına teşekkürlerimi sunuyorum.
Bu kuramsal çalışma için ticari kaygı gözetmeksizin bana rahat çalışma ortamı sağlayan ESER grubuna olan minnet duygularımı yinelemeliyim.

……………………………………………………………………………………..

Kaynakça

1. Konuya yabancı okurlar dördeylerle ilgili kapsamlı bilgiyi ileri düzey Matematik-Fizik kitaplarında veya Roger Penrouse’un fizikteki hemen hemen tüm sorunları tartıştığı temel bir başvuru kaynağı olan “The Road to Reality” adlı kitapta (bölüm 11) bulabilirler. **Dördeyler dört boyutlu vektör gibi değerlendirilip sayısal çarpım yapılabilir.**
2. “Evrensel kuvvet-hareket eşitliği ve güneş sistemi uygulaması” adlı makale sayfa: 15 http://www.eser.com/tr/rnd sitesinden indirilebilir.
3. “**Field Analysis and Electromagnetics** Masour Javid and Philip Marshall Brown, 1963 by the McGraw-Hill Book Company, Inc.” “Curl theorem” ile ilgili ayrıntı için: 57-65 sayfalarına bakınız.
4. **Theoretical Mechanics** with introduction to Lagrange’s Equations and Hamiltonian Theory by Murray R. Spiegel, 1967 by the McGraw-Hill Book Company, 60232.
5. **The Astronomical Almanac** fort the year 2013, Published by the United Kingdom Hydrographic Office ISBN 978-0-7077-41284
6. **Mathematics of Dynamic Systems** by H.H. Rosenbrock and C. Storey THOMAS NELSON and SONS LTD. Great Britain 1970
7. **Stability Theory of Dynamic Systems** by J.L. Willems THOMAS NELSON and SONS LTD. Great Britain 1970
8. **Physics for Scientists and Egineers with Modern Physics** by Douglas C. Giancoli PEARSON 2013 ISBH 978-605-4691-34-0
9. **Wikipedia free encyclopedia** **https://en.wikipedia.org**