# Evrensel kuvvet - hareket eşitlikleri ve güneş sistemi uygulaması

**Ahmet YALÇIN**
Ar-Ge Müdürü
ESER Taahhüt ve Sanayi A.Ş. Turan Güneş Bulvarı Cezayir Caddesi 718. Sokak No: 14 Çankaya, Ankara

E-posta: ayalcin@eser.com

**Özet**

Geleneksel fizik bilimi, yakından uzağa tüm evrenin düzenini açıklayabilmek için Newton'un kütlesel çekim yasasından ve Einstein'ın görelilik kuramlarından yararlanır. Ancak bu iki yaklaşım da -bugüne kadar **her nedense dile getirilmeyen-** bazı çok sıradan gözlemleri açıklama konusunda duyarsızdır. Şu üç açık soruya yanıt veremez:

*"Neden bir sistem içindeki tüm gök cisimleri genel olarak tek bir düzlem etrafında öbekleşirler?"*

*"Neden her gök cismi hiyerarşik olarak bağlı olduğu büyüğünün etrafında genellikle **-hep aynı yönde-** dolanır?"*

*"Gök cisimleri neden kendi eksenleri etrafında dönerler?"*

Bu makale, gök cisimlerinin kendi eksenleri etrafında dönmelerinin ve birbirlerine göre (göreli) hareketlerinin kuvvet alanlarına olan etkisini araştırmakta ve önerilen yeni aksiyomlarla Genel Göreliliğin 100. yılında **evrensel kuvvet ve hareket yasalarını** geliştirmektedir. Daha sonra da bu yasaları Güneş-gezegen ikilisine uygulayarak sonuçların gözlemlerle ne ölçüde örtüştüğünü tartışmaktadır. Gök cisimlerinin neden kendi eksenleri etrafında döndükleri ve bunun matematiksel açıklaması ise ayrı bir makale konusu olacaktır.

PACS numaraları: 04.50.Kd, 04.80.Cc, 95.10.Ce, 95.30.Sf, 96.12.De, 96.12.Fe, 96.30.Bc

**Anahtar Kelimeler:** evrensel kuvvet eşitliği, evrensel hareket eşitliği, Genel Görelilik, Newton fiziği, yerçekimi dalgaları, gezegen hareketi, yassı ve küresel öbekleşme, Evrenin alan göreli modeli, uzaktan anlık etki, kuvvet alanı yayılma hızı

## 1. GİRİŞ

Newton'un kütlesel çekim ve hareket yasaları iki yüzyıl boyunca, gök cisimlerinin hareketlerini incelemek için tek ve eksiksiz başvuru kaynağı olagelmiştir. Ancak okurların çok yakından bildiği gibi bu çekim yasası bazı olguları açıklamakta yetersiz kalmıştır.

Yirminci yüzyıl başlarında Einstein **"Görelilik"** kuramlarıyla bu sorunların bir kısmına çözüm getirebilmiştir. Özel ve Genel Görelilik kuramları geçen yüzyılda fizik biliminin temel yönlendiricisi olmuştur. Gök bilimde de (kozmoloji), atomsal boyutlardaki sorunların çözümünde de bu kuramlar etkin rol oynamıştır. Merkür yörünge ekseninin sapmasına getirdiği çözüm ve ışığın büyük gök cisimleri tarafından saptırılacağı öngörüsünün gözlemsel olarak doğrulanması Einstein'a büyük ün ve saygınlık kazandırmıştır.

Evrenin bugünkü düzenini tam olarak açıklayabilmek için bu iki kuramsal yaklaşım yeterli midir? Evrenin artan ivme ile genişlemesine, makro ve mikrokosmos fiziğindeki kuramsal kopukluklar gibi kozmoloji ve atom fiziğindeki önemli sorunlara değinmeden ve çok da uzaklara gitmeden, Güneş sistemindeki çok sıradan gözlemlerle bu sorunun yanıtını vermeye çalışalım.

### Dile getirilmeyen çok sıradan gözlemler

Güneş sistemindeki aşağıda sıralı gözlemler herkes için açık ve nettir:

a. Gezegenlerin elips olan yörünge düzlemlerinin tümü, Güneş'in ekvator düzlemine yakın olarak, yaklaşık aynı düzlem içinde bulunmaktadır.

b. Mars ve Jüpiter arasında **Asteroid** kuşağı Güneş'in ekvator düzlemi üzerindedir.
c. Gezegenlerin dışında daha büyük kayalıklardan oluşmuş ve daha geniş alana yayılmış **"Kuiper**" kuşağı da Güneş'in ekvator düzlemi üzerinde yer almaktadır.
d. Başta Satürn olmak üzere gaz devlerini çevreleyen halkalar, ilgili gezegenlerin ekvator düzlemi üzerinde bulunmaktadır.
e. Gezegenlerin genel olarak bir veya daha fazla uyduları bulunmaktadır. Bu uydular da bağlı bulundukları gezegenlerin, yaklaşık ekvator düzleminde devinmekteler.
f. Tüm gezegenlerin yörüngelerindeki dolanma yönü, Güneş'in kendi ekseni etrafındaki dönüş yönü ile aynıdır.
g. Gezegenlerin her biri Güneş'in etrafında dolanırken kendi eksenleri etrafında da dönerler.

Yukarıda sıralanan gözlemler aslında bugüne kadar nedense dillendirilmeyen, peşinen doğal kabul edilen, nedenleri üzerinde kafa yorulmayan ve asla sorun edilmeyen gözlemlerdir. Belki bu nedenle, bu bilinen gözlemleri matematiksel olarak açıklamak için bir kuram geliştirilmemiştir. Gezegenlerin eliptik bir düzlem üzerinde dolanmaları Newton'un kütle çekim yasası gereğidir; ancak neden bütün gezegenlerin yörüngelerinin yaklaşık aynı düzlemde bulunduklarını açıklayan bir kuram yoktur.

Burada bütün gezegenlerin tam da aynı düzlemde olmadıkları, rastlantısal olarak bu şekilde oldukları, bu nedenle böyle bir kural getirmenin doğru olmadığı söylenebilir. Ancak evrendeki düzende cisimlerinin daha büyüğün etrafında, onun ekvator düzleminde öbekleşmeleri sadece gezegenlerin konumundan dolayı ileri sürülmüyor. Yukarıda sıralı tüm gözlemler kesinlikle böyle bir kuralın varlığına işaret etmektedir.

Satürn halkalarının görsel güzelliği herkesi büyülese de oluşumuna yönelik doyurucu bir kuramsal çalışma yoktur. Bu halkalarının gezegene uzaklığı 70,000 km den başlamakta ve 213,000 km'ye kadar uzanmaktadır. Kalınlığı ise sadece 100 m dolaylarındadır. Bu halkaların tam da Satürn gezegeninin ekvator düzleminde olduğunu belirtmeye gerek yoktur. Büyüklükleri bir ile on metre arasında değişen çoğunlukla bağımsız buz parçalarından oluşan bu halkalarının gezegen yörüngesinde öbekleşebilmesi için hiç kuşkusuz bunları yukarıdan ve aşağıdan ekvator düzlemine bastıran bir kuvvetin bulunması kaçınılmazdır.

Evren'e daha geniş bir açıdan bakarsak da bu yassılaşmış yapının tüm Evren için geçerli olduğunu gözlemleriz. Ait olduğumuz Samanyolu gök adasının genişliğinin 100-120.000 ışık yılı, kalınlığının ise sadece 1000 ışık yılı olduğunu biliyoruz. Yani gökadamızdaki milyarlarca yıldız çok yassı bir disk yapısı içinde kümelenmiştir.

Genel kanı bu **yassılaşma** gizeminin, sistemdeki açısal momentumun korunumundan kaynaklandığı yönündedir. Yapılan çok büyük ölçekli bilgisayar benzeşim programlarının bu kanıyı desteklediği bilinmektedir. Bu açıklamanın hiç de doyurucu olmadığını belirtmek gerekiyor. Nedenlerini aşağıdaki gibi sıralayabiliriz:

1. Bir yıldızın gezegenleri ile birlikte oluşturduğu bir sistemde açısal momentumun korunumu için sistemin her bir unsurunun kendi sabit ve ayrık yörüngelerinde dönmeleri yeterlidir. Bu yörüngelerin ortak bir düzlemi paylaşmaları gerekmez. Çünkü sistemin her bir unsurunun açısal momenti, diğerlerinin ve sistemdeki en büyüğün dönüş hareketinden veya açısal momentinden bağımsızdır. Tüm unsurların açısal momentlerini toplayıp korunum için sabit sayısal bir değere eşitlerseniz, tüm yörüngeleri aynı düzleme sıkıştıracak somut bir kuvvet elde edemezsiniz. Oysa yukarıda sıralı gözlemler somut bir bastırma kuvvetinin varlığını kaçınılmaz kılmaktadır.
2. Bilgisayar benzeşimi için oldukça kapsamlı ancak başarısız uygulamalar da olmuştur[1]. Her şey benzeşimi nasıl başlattığınıza, yani nasıl bir başlangıç koşulları öngördüğünüze bağlıdır. Eğer sistemin oluşum sürecinde tüm gaz ve toz bulutunun çok hafif belli belirsiz aynı yönde döndüğü varsayımından hareket ederseniz **arzu ettiğiniz** sonuçlara varmanız büyük olasılıktır. Ancak bu, bir gizemi çözmek için başka bir gizemden medet ummak gibidir. Bu durumda gizli bir elin, tüm gaz ve toz bulutunu başlangıçta hep aynı yönde döndürüyor olmasını kabul etmiş oluyorsunuz.

3. Yassı öbekleşmenin sistemdeki en büyüğün **ekvator düzleminde** oluşması, yassı öbekleşme olgusunun en az kendisi kadar önemlidir. Oysa grup bireylerinin açısal momentumlarının sistemdeki en büyüğün dönüşü ile bir ilgisi yoktur.
4. Açısal momentumun korunumu ilkesi aslında bir denge durumunu ifade eder, bu nedenle de bir kuvvet içermez. Ancak *"Sistem, açısal momentumunu maksimize edecek şekilde davranır"* şeklindeki bir ifade, denge oluşuncaya kadar bir kuvvet sürecini de içerir. Bu makaleden, bu ifadenin doğru olduğu görülecektir. Ancak bu maksimize edilme süreci yassı öbekleşmenin sebebi değil fakat sonucudur.

Bu tür kaba ve özensiz yaklaşımlar doğanın işleyişindeki bazı gerçekleri perdeler ve bedeli ağırdır. "Kaba" ve "özensiz" sözcüklerini kullanmış olmaktan mutlu değilim. Ancak okuyucuların sonunda bana hak vereceklerini umuyorum. Yassı öbekleşmeye yol açan kuvvet, başlangıç koşulları ve iç dinamiklerle ilgisi olmayan somut ve hesap edilebilir bir büyüklüktür. Kaldı ki konu sadece bir **yassılaşma** sorunu da değildir. Üstte sıralı çok belirgin diğer gözlemler, bütün sorunları birlikte çözecek farklı, yeni ve devrimci bir yaklaşımı kaçınılmaz kılıyor.

Newton'un Evrensel çekim yasası da Einstein'ın Genel Görelilik kuramı da yukarıda sıralı belirgin gözlemler karşısında suskundur. Bunun nedeni ise, bu iki kuramın da **"küresel simetrik"** kuvvet eşitlikleriyle ifade edilmeleridir. Oysa evren bize, açık olarak *"gizemimizi küresel simetrik kuvvet eşitlikleriyle açıklayamazsınız"* diye haykırmaktadır.

Bu makale bu haykırışa kulak veriyor.

## 2. DÖNME ETKİSİ

Newton'un kütlesel çekim yasası açıktır. Gökyüzündeki her gök cismi kendi çevresinde bir kuvvet alanı oluşturur. Bu alan, küresel simetrik olarak gök cismine yöneliktir. Bir gök cisminin $\boldsymbol{r}$ konum vektörü ile belirlenen etki alanındaki her noktasında $V(r)$ ile ifade edilen yerçekimsel potansiyel alanı bulunur. Geleneksel fizikte bu sayısal alanın büyüklüğünü aşağıdaki şekilde ifade ediyoruz:

$$V(r) = -\frac{Gm}{r} \tag{1}$$

Burada:

$m$ : gök cisminin kütlesini,
$G$ : evrensel çekim sabiti,
$r$ : noktanın gök cismine olan uzaklığı ifade eder.

Burada belli bir cisim için $V(r)$ büyüklüğü sadece kütle büyüklüğüne ve etki alanının kütle merkezine olan uzaklığına bağlı olup, küresel simetri nedeniyle hangi yönde olduğunun önemi yoktur. Boyutu ise hızın karesidir $(m/s)^2$. Bu durumda mantıksal olarak aşağıdaki aksiyomu doğru kabul etmemek için bir neden bulunmamaktadır:

**Aksiyom 1a: Evrendeki her cisim etki alanındaki her noktada aşağıdaki formülle ifade edilen bir sayısal sürat alanına sahiptir:**

$$v_f(r) = \sqrt{\frac{2Gm}{r}} \tag{2}$$

Bu sayısal büyüklük, fizikte kaçış hızı olarak bilinen, o noktada çekim alanından kurtulmak için gereken en düşük hızın genliğidir. Bu durumda $V(r)$ yerçekimsel potansiyel alan, sayısal sürat alanının karesinin yarısının ters işaretlisine eşit olacaktır. Bu büyüklüğe cismin **doğal**, **durağan** veya **varoluş** sürat alanı diyeceğiz. Eğer gök cismi kendi ekseni etrafında bir dönüş hızına da sahipse, **etki alanının da aynı şekilde döneceğini var sayarak**, aşağıdaki aksiyomu oluşturacağız:

**Aksiyom 1b: Eğer bir gök cismi, uzaktaki sabit bir noktaya göre, bir eksen etrafında dönüyorsa bu sürat alanına ek olarak aşağıda ifade edilen bir hız alanına da sahip olacaktır:**

$$\boldsymbol{v_{fh}}(\boldsymbol{r}) = k\sqrt{\frac{2Gm}{r}}(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}}) \tag{3}$$

Burada $\widehat{\boldsymbol{\omega}}$**,** ve $\widehat{\boldsymbol{r}}$ sırası ile gök cisminin dönme ekseni ve etki noktasını işaretleyen birim vektörler, $k$ ise dönme hızı büyüklüğünü ölçekleyen bir katsayıdır. Bu katsayı cismin dönüşünün ekvatorunda oluşturduğu hız alan genliğinin, cismin var oluş alan süratına ne oranda yaklaştığının ölçüsüdür. Buna göre dönüşün yekpare olduğunu kabul edebileceğimiz kaya tipi gök cisimlerinde bu katsayı aşağıdaki gibi olacaktır:

$$k = \frac{\pi R_A}{T}\sqrt{\frac{2R_A}{Gm}} \tag{4}$$

Burada:
$R_A$ : gezegenin yarıçapı,
$T$ : gezegenin bir dönüşü için geçen süreyi ifade eder.

Her gök cismi için net gözlemsel bir dönüş hızı tanımlamak zordur. Katı kayalık gezegenler sabit bir dönüş hızına sahip olsalar da, gaz devleri olan gezegenler ve Güneş için yekpare bir hızdan bahsetmek olanaksızdır. Güneş'in görünen dönüş hızının ekvatordan kutuplara doğru yavaşladığını biliyoruz. Çoğu gaz devlerindeki yatay çizgiler yekpare bir dönüş hızlarına sahip olmadığını, göstermektedir. Bunlar için belki ortalama bir hızdan bahsedilebilir, ancak cismin içyapısını bilemediğimiz için gözlemsel bilgilerle bunu belirlemek olanaksızdır. Eşitlik (4)'le dünya için $k = 0{,}0415$ bulunur. Bu durumda dünyamız $1/k = 24$ kat hızlı dönseydi yani bir gün bir saatlik bir süre olsaydı ekvatordaki alan hız genliği, varoluş süratı kadar olacaktı. Güneş için hesap edilirse aynı değer 0,003 bulunur. Ancak Güneş'in yekpare bir dönü hızının olmaması nedeniyle bu değer çok daha küçük olacaktır.

*"Alan Göreli Evren Modeli Kuramının Temelleri"* başlıklı gelecek makalede bu sürat alanının kaynağı ayrıntılı tartışılacaktır. Burada sadece şu kadarının bilmekte yarar vardır. Gök cismini oluşturan parçacıklar sürekli devinim halindedirler ve birbirlerine göre konumları sürekli değişmektedir. Yani cismi oluşturan temel parçacıkların ortak bir dönüş eksenleri yoktur. Bu nedenle cisim yüzeyinde her noktadaki **bileşke alan hızı** o noktada belli bir uzay yoğunluğu oluşturur. Bizim sürat alanı olarak algıladığımız budur ve doğal olarak küresel simetriktir. Eğer cisim kendi ekseni etrafında dönmüyorsa, bu küresel simetri tüm etki alanını da küresel simetrik olarak biçimlendirecektir. Ancak cisim kendi ekseni etrafında dönüyorsa, cismi oluşturan tüm parçacıklarının **bileşke hareketinin** ortak ilave bir dönüş hareketi olması nedeniyle, etki alanı da bu dönüş hızının büyüklüğü oranında eksenel simetrik olarak biçimlenecektir.

Dönen bir gök cisminin etki alanı artık bir *sürat-hız* alanı olacaktır. Bu iki alan büyüklüğün toplamını, vektör bileşeninin gerçek bir hız vektörü olduğu ve **dördey**[2] (quaternion) olarak adlandırılan melez bir sayı sistemi (sayısal büyüklük+vectör) ile göstereceğiz:

$$\boldsymbol{q}(r) = \sqrt{\frac{2Gm}{r}}[1 + k(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})] \tag{5}$$

Böyle bir durumda bu cismin etkin alan potansiyeli bu dördeyin "**normu**"nun (kendisiyle sayısal çarpımı) yarısının ters işaretlisi olacaktır. Yani:

$$V(r) = -\frac{Gm}{r}[1 + k(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})] \cdot [1 + k(\widehat{\boldsymbol{\omega}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})] \tag{6}$$

Bu ifade, cisim merkezli ve ekvatorunu yatay düzlem kabul eden bir koordinat sisteminde $\widehat{\boldsymbol{\omega}}$ ile $\widehat{\boldsymbol{r}}$ arasındaki açı $\theta$ ise aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$V(r) = -\frac{Gm}{r}(1 + k^2 \sin^2 \theta) \tag{7}$$

Aksiyom 1b, açık olarak diyor ki, her cisim kendi etki alanıyla birlikte vardır ve eğer dönüyorsa **alanı da birlikte dönmektedir**; bu nedenle etki alanının **dönüş hızı doğal olarak ekvator düzleminde en fazla, dönme ekseni boyunca ise sıfırdır**.

Bu durumda $\boldsymbol{g}$ kuvvet alanı "konservatif" bir alan olarak bu potansiyelin diklemesi (gradient) olduğundan aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\boldsymbol{g} = -\boldsymbol{\nabla} V(\boldsymbol{r})$$

$$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{\nabla}\left[\frac{Gm}{r}(1 + k^2 \sin^2 \theta)\right]$$

Bu ifadeyi küresel koordinatlarda açık olarak yazarsak, artık kuvvet alanı hem ışınsal uzaklığın hem de kutupsal açının fonksiyonu olacaktır:

$$\boldsymbol{g}(r,\theta) = -\frac{Gm}{r^2}(1 + k^2 \sin^2 \theta)\hat{\boldsymbol{r}} + k^2\frac{Gm}{r^2}\sin 2\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{8}$$

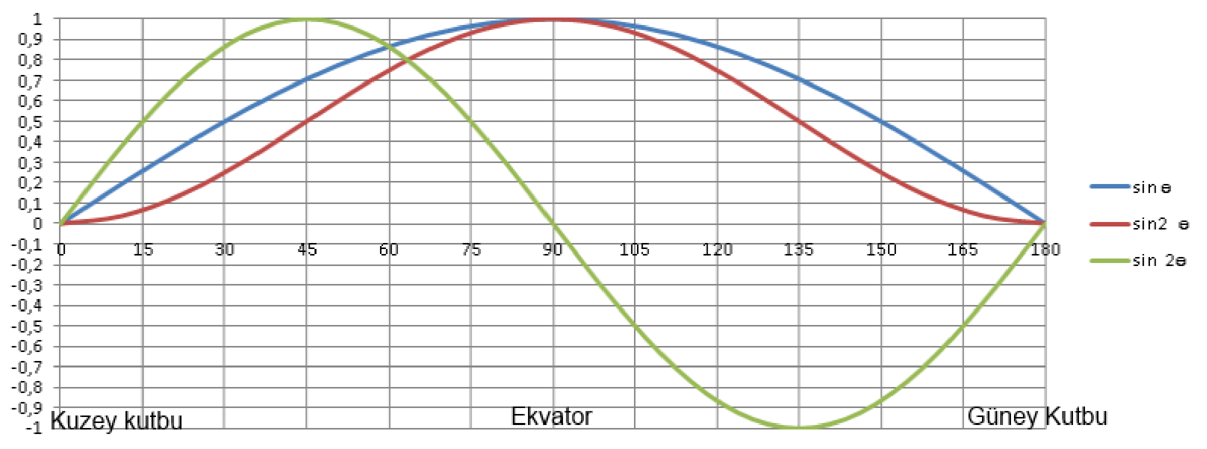
Sonuçlar:

1. Görüldüğü gibi kuvvet alanının bir ışınsal bileşeni yanında yanal bileşeni de bulunacaktır. Üstelik ışınsal bileşen de artık küresel simetrik olmayacaktır. Çekim kuvvet alanı (ışınsal bileşen) dönme ekseni doğrultusunda Newton çekim alanı kadar, ekvatorda ise en büyük değerdedir. Eş çekim yüzeyi artık küresel olmayıp kutuplarından bastırılmış bombeli biçimdedir.
2. Kuvvet alanının ayrıca bir $\theta$ bileşeni bulunmaktadır. Bu bileşen ise hem dönme ekseni doğrultusunda, hem de ekvator düzleminde sıfır olmaktadır.

Eşitlik (7) ifadesi göz önüne alınırsa, cismin kütlesinin, etki alanındaki bulunduğu noktaya göre farklı büyüklükte algılandığı söylenebilir. Bunu aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$m_f = m_0(1 + k^2 \sin^2 \theta) \tag{9}$$

Burada $m_0$ kaynak cismin varoluş kütlesi, $m_f$ is algılanan kütlesidir. $\gamma = (1 + k^2 \sin^2 \theta)$ ifadesine **kütle alan çarpanı** diyeceğiz. Bu çarpan $m_0$ durağan var oluş kütlesinin hangi doğrultuda ne büyüklükte algılandığını belirler.



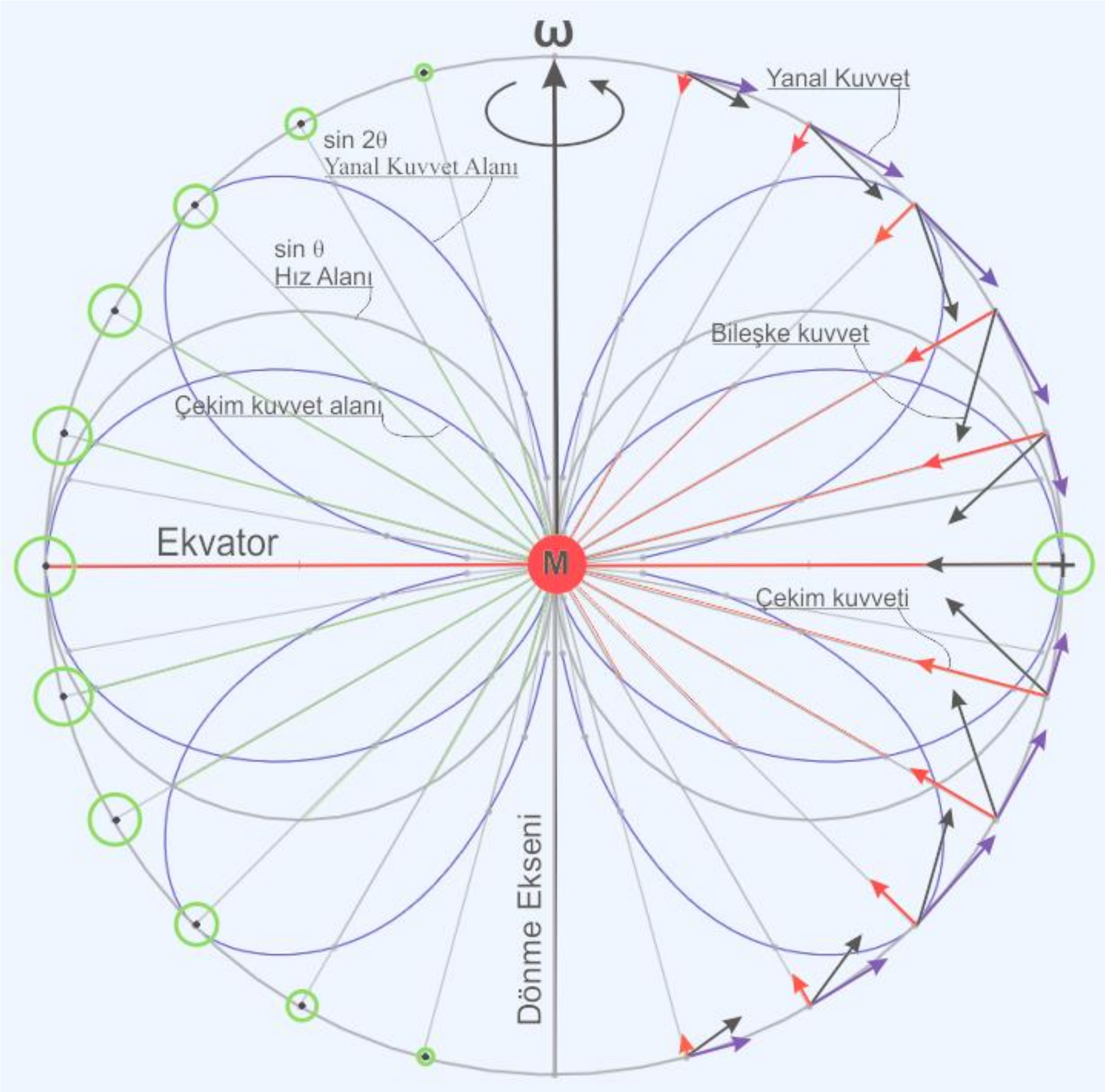

**Şekil 1a** Cisimden bir birim uzaklıktaki bir küre üzerinde *k=1* için dönü alan hızı ($\sin\theta$), alan potansiyeli ($\sin^2\theta$) ve yanal kuvvet alanın ($\sin 2\theta$) değişimi

Şekil 1a, sırası ile dönen bir cismin dönüşünden kaynaklanan ilave hız alanının ($\sin\theta$); kuvvet alanının artan ışınsal bileşeninin ($\sin^2\theta$) ve kuvvet alanının yanal büyüklüğünün ($\sin 2\theta$), kutupsal açıya ($\theta$) göre $k = 1$ için değişimini göstermektedir.

Şekil 1b, aynı büyüklükleri küresel koordinatlarda eksenel bir kesitte ve cisimden birim uzaklıkta bir küre üzerindeki değerlerini gene $k = 1$ için göstermektedir. Şekilde ayrıca $r$ yarıçaplı küre üzerinde ilave ışınsal, yanal ve bileşke kuvvet alan büyüklükleri de gösterilmektedir.

Görülüyor ki cismin dönüşü, eksensel doğrultuda ilave kütlesel çekim kuvveti ve yanal kuvvet alanı yaratmaz; ancak eksenden uzaklaştıkça ek olarak hem çekim alanı hem de yeni yanal kuvvet alanı oluşmaya başlar. İlave yanal kuvvet, $\theta$ açısı ile birlikte merkezi kuvvetten daha hızlı artarak 45 derecede en büyük değere ulaşır, sonra azalmaya başlar ve ekvator düzleminde ise tekrar sıfırlanır. Açıktır ki $\sin^2\theta = \sin 2\theta$ sınır değerinden ($\theta = 63{,}43°$) daha küçük açılar için ilave yanal itme kuvveti, ilave merkezi çekim kuvvetinden daha baskın olmaktadır.

Bu kuvvet alanlarından etkilenen başka bir cisim, küresel simetrik kuvvet alanı ile birlikte bu ilave iki kuvvetin de bileşkesiyle hareket edecektir. Bileşke kuvvet çizgileri artık merkezi hedefleyen düz bir doğru olmayıp eğrilerek merkeze varacaktır. Böylece **dönen gök cisminin** uzayın geometrisini eğrilttiğinden söz edebiliriz. Ancak bu eğrilme Einstein'ın Genel Görelilik kuramında tanımladığı **uzay-zaman eğrilmesi** olmadığı için zihnimizde rahatlıkla canlandırabilmekteyiz.




**Şekil 1b** Şekil 1a'daki alanların küresel koordinatlarda gösterimi. Bir birim yarıçaplı bir küre üzerinde *k=1* için alan büyüklüklerinin $\theta$'ya göre değişimi. Vektörler bulundukları noktadaki çekim ve yanal kuvvetlerle bunların bileşenleridir. Yeşil daire yarıçap büyüklükleri o noktalardaki alan hızlarıyla orantılıdır.

Eğer alanı oluşturan cismin **kütlesi** ve dönüş açısal **hızı** ve **ekseni** değişmiyorsa etki alanının biçimi de değişmeyecek, cisim var olduğu sürece alan da biçimlenmiş bir şekilde varlığını sürdürecektir. Böylece alandan etkilenen cismin etkilenme biçimi **bulunduğu noktaya göre anlık** olarak değişecektir. Yani **etkilenme sürecinde karşılıklı bir kuvvet taşıyıcıya gereksinme yoktur. Bu nedenle uzaktan etkimenin anlık mı yoksa gecikmeli mi olacağına ilişkin soru anlamsızdır.**

Bu sonuçların, kozmolojik boyutta gözlemlere uygun son derece anlamlı çözüm sunduğu düşünülse de ilk anda dünya üzerindeki gözlemlere aykırı olduğu ileri sürülebilir. Çünkü biliyoruz ki "*ekvatora yakın tropik bölgelerdeki Hindistan cevizi de, İngiltere'de Newton ailesinin çiftliğindeki elma da aynı hızla düşmektedir*". Ayrıca *"Kutuplardaki penguenlerin kanatları yok, çünkü orada yerçekimi daha az, uçmak için büyük kanatlara ihtiyaçları yok*" diyemeyiz. Dünya üzerindeki her noktada yerçekimi ivmesi yaklaşık olarak aynıdır. Hatta savımızın tersine kutuplarda biraz daha fazladır. O halde eşitlik (8) ne anlama gelmektedir? Aslında ortada bir çelişki yoktur. Aksiyom 1b, cisimden yeteri kadar uzaktaki bir "$\boldsymbol{r}$ noktasına göre" tanımlı bir **dönüş hareketi** için geçerlidir. Kuşkusuz ki dünya üzerindeki biz ölümlüler aksiyom 1b'deki eşitlikte $m$ kütlesinin bir parçasıyız ve onunla birlikte dönüyoruz. Diğer bir deyişle dünyaya göre **doğrusal** ve **açısal hızımız** sıfırdır. Bu nedenle yukarıda belirtilen dönüş hareketinin sonucu oluşan **eğrilmeye** karşı duyarsızız ve sadece küresel simetrik çekim alanının etkisindeyiz.

## 3. KARŞILIKLI ETKİLEŞİM

Uzayda Şekil 3'teki gibi bir koordinat sisteminde $\boldsymbol{r_1}(r_1, \theta_1, \varphi_1)$ ve $\boldsymbol{r_2}(r_2, \theta_2, \varphi_2)$ konum vektörlerinde **durağan** kütleleri sıra ile $m_1$ ve $m_2$ olan iki gök cismi bulunsun. Gök cisimlerinin sabit olan dönüş eksenleri birim vektörleri sırasıyla $\boldsymbol{\widehat{\omega}_1}$ ve $\boldsymbol{\widehat{\omega}_2}$ olsun. Bu durumda her bir cisim için diğerinin bulunduğu noktadaki sürat-hız dördeyleri ve alan potansiyellerini aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$\boldsymbol{q_1} = \sqrt{\frac{2Gm_1}{|\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}|}}[1 + k_1(\boldsymbol{\widehat{\omega}_1} \times \boldsymbol{\hat{r}_{12}})]$$

$$\boldsymbol{q_2} = \sqrt{\frac{2Gm_2}{|\boldsymbol{r_1} - \boldsymbol{r_2}|}}[1 + k_2(\boldsymbol{\widehat{\omega}_2} \times \boldsymbol{\hat{r}_{21}})]$$

$$V_1(\boldsymbol{r_2}) = -\frac{Gm_1}{|\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}|}[1 + k_1(\boldsymbol{\widehat{\omega}_1} \times \boldsymbol{\hat{r}_{12}})] \cdot [1 + k_1(\boldsymbol{\widehat{\omega}_1} \times \boldsymbol{\hat{r}_{12}})]$$

$$V_2(\boldsymbol{r_1}) = -\frac{Gm_2}{|\boldsymbol{r_1} - \boldsymbol{r_2}|}[1 + k_2(\boldsymbol{\widehat{\omega}_2} \times \boldsymbol{\hat{r}_{21}})] \cdot [1 + k_2(\boldsymbol{\widehat{\omega}_2} \times \boldsymbol{\hat{r}_{21}})]$$

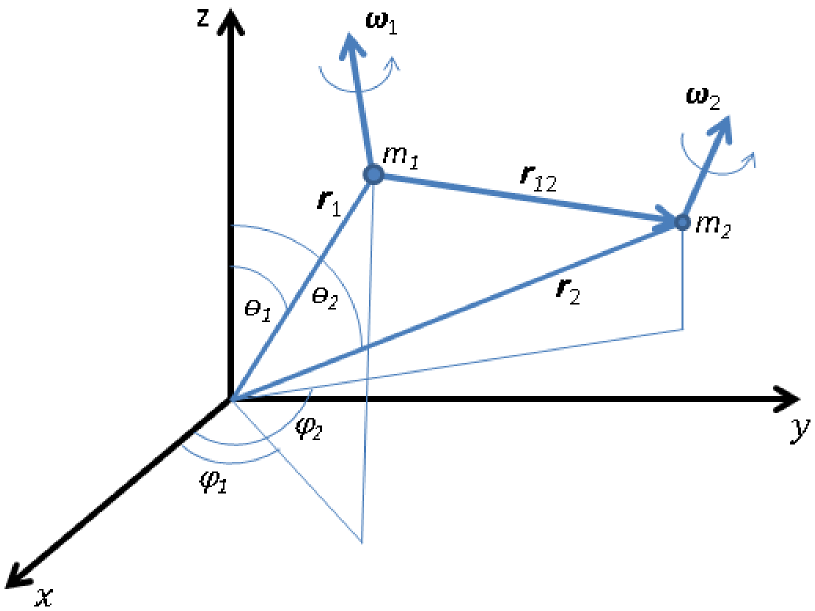
Burada:

$\boldsymbol{q_1}(\boldsymbol{r_2})$ : $m_1$ kütlesinin $\boldsymbol{r_2}$ konumundaki sürat-hız dördeyini,
$\boldsymbol{q_2}(\boldsymbol{r_1})$ : $m_2$ kütlesinin $\boldsymbol{r_1}$ konumundaki sürat-hız dördeyini,
$V_1$ve $V_2$ : kütlelerin her birinin diğerinin bulunduğu noktadaki alan potansiyellerini,
$\boldsymbol{\hat{r}_{12}}, \boldsymbol{\hat{r}_{21}}$ : Sırası ile, $\boldsymbol{r_{12}} = \boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}$ ve $\boldsymbol{r_{21}} = \boldsymbol{r_1} - \boldsymbol{r_2}$ vektörlerine ait birim vektörleri ifade eder ($\boldsymbol{\hat{r}_{12}} = -\boldsymbol{\hat{r}_{21}}$).

Yukarıda dördeylerin normlarına $\gamma_1$ ve $\gamma_2$, ve $r = |\boldsymbol{r_1} - \boldsymbol{r_2}| = |\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1}|$ dersek:

$$V_1(\boldsymbol{r_2}) = -\frac{Gm_1}{r}\gamma_1$$

$$V_2(\boldsymbol{r_1}) = -\frac{Gm_2}{r}\gamma_2$$




**Şekil 3** Uzayda etkileşimdeki iki cisim

Bu ifadeler alandaki her bir kütlenin kendi bağımsız hız-sürat dördeyi ve alan potansiyelleridir. Potansiyel ifadelerindeki dördeylerin normu (kendileriyle sayısal çarpımı) her bir cisim için etki alanlarındaki bağımsız kendi potansiyel dağılımını belirler. İki cismin etkileşimine neden olan alan potansiyeli için ise aşağıdaki aksiyom geçerli olacaktır:

**Aksiyom 2: Birbirlerinin etki alanında bulunan iki cismin ortaklaşa oluşturdukları alanın potansiyel dağılımı, cisimlerin sürat-hız dördeylerinin birbiriyle sayısal çarpımına eşittir.** Yani $\gamma_e$ etkileşime konu etkin potansiyel dağılım çarpanı ise:

$$\gamma_e = [1 + k_1(\hat{\boldsymbol{\omega}}_1 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{12})] \cdot [1 + k_2(\hat{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{21})] \qquad (10)$$
$$\gamma_e = [1 - k_1 k_2 (\hat{\boldsymbol{\omega}}_1 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{12}) \cdot (\hat{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{12})]$$

Böylece etkin alan potansiyelleri:

$$V_{e1}(\boldsymbol{r}_2) = -\frac{Gm_1}{|\boldsymbol{r}_{12}|}\gamma_e$$
$$V_{e2}(\boldsymbol{r}_1) = -\frac{Gm_2}{|\boldsymbol{r}_{21}|}\gamma_e \qquad (11)$$

Her bir cisme etkiyen kuvvet:

$$\boldsymbol{F}_1 = m_2 \boldsymbol{\nabla}\frac{Gm_1}{r}\gamma_e$$
$$\boldsymbol{F}_2 = m_1 \boldsymbol{\nabla}\frac{Gm_2}{r}\gamma_e$$

Veya:

$$\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{F} = Gm_1 m_2 \boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\gamma_e}{r}\right) \qquad (12)$$

Bu yalın ifade iki cismin bir birine uyguladığı **evrensel kuvvet eşitliği**dir.

Evrensel kuvvet eşitliğinin bazı özelliklerini aşağıdaki gibi özetleyebiliriz:

1. Etkileşen cisimler kendi eksenleri etrafında dönmüyorsa sürat-hız dördeylerinin vektörel bileşeni olmayacak ve potansiyel alan dağılım çarpanları $\gamma_i = 1$ olacaktır. Bu durumda

evrensel kuvvet eşitliği Newton çekim yasasına indirgenecek ve her iki cisim de sadece merkezi çekim kuvvet etkisinde kalacaklardır.

2. Etkilenen cisimler kendi eksenleri etrafında dönüyorsa ve dönme eksenleri aynı doğrultuda değilse potansiyel alan dağılım çarpanı üç eksende de (ışınsal, kutup açısal ve yanal açısal) farklı dağılım gösterecektir. Bu durumda $\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\gamma_e}{r}\right)$ ifadesinin ve sonuçta her cisme etkiyen kuvvetin üç eksende de bileşeni bulunacaktır. Böylece cisimlerin birbirlerine göre hareketleri **dönme eksenleri**nden ve **dönüş yönleri**nden **bağımsız olamayacaktır**.
3. Evrensel kuvvet eşitliği cisimler sadece bulundukları noktada duruyorlarsa geçerlidir. Bu kapsamda Newton çekim kuvvet eşitliği de dönüş etkileri ihmal edilirse geçerli olacaktır. Çünkü Güneş-gezegen uzaklığı yaklaşık sabit olduğundan ışınsal doğrultuda bulundukları noktalarda durdukları kabul edilebilir. Cisimler bu kuvvetin etkisiyle hareket ediyorsa, her birinin bulunduğu noktadaki sürat-hız dördeyi diğerine farklı gözükeceğinden alan potansiyelini de farklı algılayacaklardır. Bu nedenle cisme uygulanan kuvvet de değişecektir.

Etkileşimde artık sadece çekim kuvveti olmadığından çekim kuvveti veya çekim alanı yerine **kuvvet alanı** ve **alan kuvveti**ndan bahsedeceğiz.

Evrensel Kuvvet eşitliğindeki diklemeyi küresel koordinatlarda açık olarak yazarsak kuvvetin üç eksendeki bileşenleri aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\boldsymbol{F} = Gm_1m_2\left[\left(-\frac{\gamma_A}{r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\gamma_A}{\partial \mathrm{r}}\right)\hat{\mathbf{r}}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\gamma_A}{\partial\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}}+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial\gamma_A}{\partial\varphi}\hat{\boldsymbol{\varphi}}\right] \tag{13}$$

**"Evrensel kuvvet eşitliği"**ni $N$ adet gök cisminden oluşmuş bir sistem için genelleştirebiliriz. Sistemdeki her cisim diğer $N-1$ cisimle karşılıklı etkileşeceğinden, diğer cisimlerin etkin alan potansiyelleri yardımıyla hesaplanan kuvvetler toplanır. Buna göre sistem içindeki j. cisme etkiyen toplam kuvvet (eşitlik (12) yardımıyla):

$$\boldsymbol{F_j} = Gm_j\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{N} m_i\boldsymbol{\nabla}\frac{\left[1-k_ik_j\left(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{i}}\times\hat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{ij}}\right)\cdot\left(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{j}}\times\hat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{ij}}\right)\right]}{r_{ij}}$$

Bu eşitlik matris formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\boldsymbol{F} = GM\boldsymbol{\nabla}(\Gamma R^{-1}) \tag{14}$$

Burada:

$\boldsymbol{F}$ : her bir kütleye etkiyen *N* elemanlı sütun matrisi,
G : evrensel kuvvet sabitini,
$M$ : her bir elemanı $m_im_j$ olan *NxN* elemanlı simetrik kütle matrisini,
Γ : her bir elemanı $i$ ve $j$. kütlelerin oluşturduğu etkin alan potansiyel dağılım çarpanı olan simetrik *NxN* elemanlı alan dağılım matrisini,
$R^{-1}$ : her bir elemanı $i$ ve $j$. kütleler arasındaki uzaklığın tersi olan $(1/r_{ij})$ ve ana köşegen elemanları sıfır olan $(r_{ii}=0)$ simetrik *NxN* boyutlu matrisi ifade eder.

Sistemin her bir elemanı kendisine uygulanan yukarıda tanımlanmış kuvvetlerin bileşkesinin etkisiyle hareket edecektir. Hareketin nasıl bir yol izleyeceğini belirlemek için yapılacak şey Newton'un ikinci hareket yasasını uygulamaktır. Bu durumda aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$\boldsymbol{F} = GM\boldsymbol{\nabla}(\Gamma R^{-1}) = \frac{d}{dt}\left(M_a\dot{\boldsymbol{R}}\right)$$

Burada:

$M_a$ : her bir elemanı etkilenen $m_{ai}$ cismi olan $N$ elemanlı satır matrisi,
$\dot{\boldsymbol{R}}$ : her elemanı $\dot{\boldsymbol{r}}_i$ hız vektörü olan $N$ elemanlı sütun matrisidir.

Burada bir parantez açmamız gerekiyor. Eşitliğin sağ tarafındaki etkilenen kütle, sol taraftaki alanı oluşturan var oluş kütlelerinden biri ile eşdeğer değildir. Bu konu "Evrenin alan göreli modelinin temelleri" adlı makalede ayrıntılı incelenecektir. Kurama göre her hangi bir cismin kütlesi, cismin sadece kendisinin oluşturduğu kuvvet alanının, cismi içine alan kapalı bir yüzey üzerindeki akısına (flux) eşittir. Kütlenin bu tanımı aslında Gauss'un yerçekimi yasasıyla eşdeğerdir. Bu tanım cismin herhangi bir başka alan etkisinde olmadığı sürece geçerlidir. Eğer cisim başka bir cismin etki alanı içindeyse ve cismin hızı alan hızından farklı ise artık cisim için alan göreli kütle söz konusu olacaktır. Etkilenen cismin kütlesi, etkilendiği alanın hızından ne oranda farklı bir hızda hareket ediyorsa o oranda artan bir kütleye sahip olacaktır. Bu alan göreli kütlenin ışık hızıyla bir bağlantısı yoktur. Kuram da bu nedenle "Evrenin alan göreli modeli" olarak anılmaktadır. Bu durumda yukarıdaki eşitliğin sağ tarafındaki göreli kütle zamanın fonksiyonu olarak değişecektir. Göreli kütle bulunduktan sonra gezegen güzergâhı da bilindiğinden yukarıdaki eşitliğin sağ ve sol tarafları ayrı ayrı hesaplanıp ne ölçüde örtüştükleri hesaplanabilir. Görüldüğü gibi doğrulama için Newton hareket yasalarını kullanmak göreli kütle ile uğraşmak gerekmektedir. Biz burada eşitliğin sağ tarafıyla ilgilenmeyen, adına "**evrensel hareket eşitliği**" diyebileceğimiz daha yalın ve doğrudan bir yöntem önereceğiz.

Bunun için biraz fikir jimnastiği yapmamız gerekmektedir.

**Göreli Hızlar**

İki cismin etkileşimi karşılıklı simetrik bir ilişkidir. Uzayda aralarında belli bir uzaklık bulunan ve eksenleri etrafında dönen iki gök cisminin her birinin oluşturduğu eksenel simetrik potansiyel alan dağılımı, birlikte etkileşimde daha karmaşık bir hal alır. Bu ilişkide her cisim hem diğerini etkileyip kuvvet uygulayacak, hem de ondan etkilenecektir. Bu nedenle cisimleri **etkin-etkileyen** ve **edilgen-etkilenen** olarak adlandırmak faydalı olacaktır.

Cisimlerin etkin sürat-hız alan dördeyleri, etkileşmelerde tek belirleyici unsur değildir. Birbirlerine göre doğrusal hızlarını da göz önüne almamız gerekmektedir. Bu konuyu şöyle açıklayabiliriz.

Gökyüzünde etkin bir cismin alanında bir gözlemci veya edilgen başka bir cisim bulunsun. Etkin cisminin bu gözlemciye göre oluşturduğu surat-hız dördeyi, gözlemci etkin cisme göre sabit $\boldsymbol{r}$ konumunu değiştirmediği sürece geçerlidir. Bu etkin alan dördey genliğinin (sayısal ve vektörel kısım birlikte) etkin cisimden uzaklaşıldıkça azalacağını biliyoruz. Böyle bir durumda, eğer etken cisminin dönüş hız ekseni değişmiyorsa, $\boldsymbol{r}$ konumunda duran bir gözlemci için surat-hız dördeyi eşitlik (4)'teki değerinde değişmez kalacaktır. Eğer edilgen cisim etkin olana göre belli bir hızla konum değiştiriyorsa alanı farklı bir sürat-hız dördeyinde algılayacaktır.

Benzer şeyler doğrusal hızlar için de söylenebilir. Her iki cisim aynı doğrusal hız ve doğrultuya sahipse yani birbirlerine göre doğrusal hızları sıfırsa birbirlerinin doğrusal alan hızlarını hissetmeyeceklerdir ki bu durum her ikisinin de durmalarıyla eşdeğerdedir. Özetle, gözlemcinin bulunduğu noktadaki etkin cismin yarattığı **algılanan** sürat-hız dördeyini tek başına etkin gök cismi belirlemez. Edilgen cismin, etkine göre **konumundaki değişim de önemlidir**. Bu nedenle iki gök cismi arasındaki kuvvet ilişkisini, cisimlerin her birinin üçüncü bir noktaya olan mutlak konumları ve hızları değil, bu cisimlerin **birbirlerine göre** konumları ve hızları belirler.

Konuyu daha da basitleştirelim. Bir akarsuya kapıldınız, sürüklenmektesiniz; akarsu kenarında bir dala tutundunuz ve durabildiniz. Bu durumda akarsuyun hızını ve doğal olarak size uyguladığı sürükleme kuvvetinin tamamını hissedersiniz. Kol gücünüz veya tutunduğunuz dal bu kuvveti yendiği sürece akıntıya karşı direnç gösterebilirsiniz. Dal kırılırsa veya kol gücünüz yetersiz kalıp dalı bırakırsanız sürüklenmeye başlarsınız. Bu durumda da eğer ayaklarınız nehir dibinde sürtünüyorsa hızınız akarsu hızından daha düşüktür ve akarsuyun sürükleme gücünü daha az hissedersiniz. Ayaklarınızı yerden çekerseniz hızınız suyun akış hızını alır ve suyun hareketi ile uyum sağlarsınız; suyun size uyguladığı kuvvet artık yoktur.

Bu çok basit gözlemi tek bir cümle ile aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

**Aksiyom 3: Şeyler kendilerine uygulanan kuvveti yok edecek şekilde hareket ederler.**

Eğer cisim, hareket ederek bu kuvveti yok edebilirse sistemle uyumludur ve dengededir. Cismin bu kuvveti yok etme veya en aza indirme süreci geçici rejim olarak adlandırılır. **Aksiyom 3 aslında Newton'un hareket yasalarının ikinci ve üçüncüsünün bir arada ve daha yalın bir ifadesinden başka bir şey değildir.**

Dünya üzerinde yerçekimi kuvvetini hissediyoruz bu sayede yere yapışık olarak hareket ediyoruz. Serbest düşüş sırasında bu kuvvet hissedilmeyecektir. Einstein'ı Genel Görelilik kuramına götüren yolda en çok bu olgudan esinlendiği bilinmektedir.

Eşitlikler (2) ve (11) göz önüne alınırsa $m_1$ ve $m_2$ kütlelerinin birbirine oranı ile bunların oluşturduğu potansiyel ve sürat alanı büyüklüklerinin oranı arasında aşağıdaki ilişkiyi yazabiliriz:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{m_1}{m_2} \tag{15}$$

$$\frac{v_{1f}}{v_{2f}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

Diğer yandan, eğer bu iki cisim sadece birbirlerine uyguladıkları kuvvetlerle hareket ediyorsa ağırlık merkezleri sabit kalacak ve her ikisi de bu ağırlık merkezi etrafında kendi yörüngelerinde döneceklerdir. Bu durumda toplam momentumları sıfır olacağından aşağıdaki eşitliği yazabiliriz:

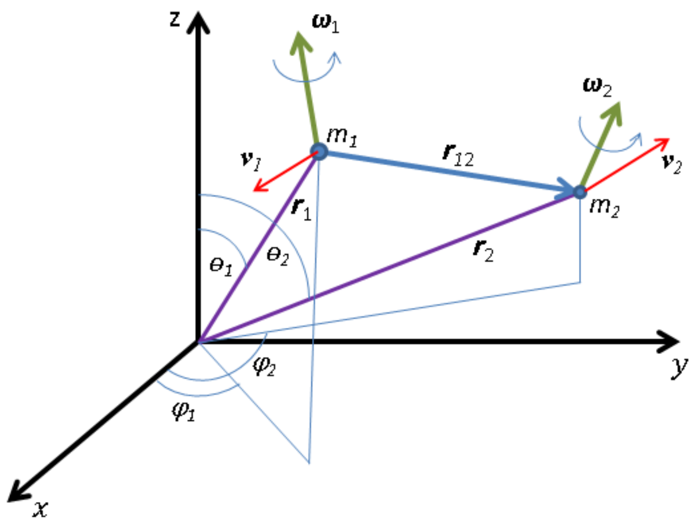
$$m_1\dot{\boldsymbol{r}}_{\mathbf{1}} = -m_2\dot{\boldsymbol{r}}_{\mathbf{2}} \tag{16}$$

Buradaki $\dot{\boldsymbol{r}}_{\mathbf{1}}$ ve $\dot{\boldsymbol{r}}_{\mathbf{2}}$, $m_1$ ve $m_2$ cisimlerinin yörünge hızlarıdır.
Eşitlik (15) ve (16) göz önüne alınırsa aşağıdaki aksiyom geçerli olacaktır:

**Aksiyom 4:** Dışarıdan gelen bir kuvvet etkisinin olmadığı ikili kapalı bir sistemde her bir cismin yörünge hızı diğerinin bulunduğu noktada ilave bir dönüş hareketi gibi algılanacak ve bu doğrusal hareket, diğerinin bulunduğu noktaya kütlelerin karekökü oranında hız alanı olarak yansıyacaktır.
Bunu aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$\boldsymbol{v}_{\mathbf{1f}} = \dot{\boldsymbol{r}}_{\mathbf{1}}\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \tag{17}$$

Bu alan hızının diğer cismin kütle büyüklüğüne bağlı olması anlamsız gibi görünebilir. Ancak $\dot{\boldsymbol{r}}_{\mathbf{1}}$ yörünge hızının, ikili etkileşim nedeniyle diğer cismin kütle büyüklüğüne bağlı olduğu unutulmamalıdır. Gezegenin güneş etrafında dönerken kendi ekseni etrafında tam bir tur atması Güneş'e göre eksik kalacaktır. Güneş'e göre tam bir tur için ilave bir dönüş gerekmektedir. Bu, yörünge üzerinde gezegenin yol alması nedeniyledir. Eşitlik (17) ifadesi bu ilave dönüşün alana yansımasıdır.




**Şekil 4** Birbirleriyle etkileşip hareket eden gök cisimleri

İkili bir sistemde edilgen cisim, etkin cismin surat-hız dördeyini kendi hızından dolayı farklı büyüklükte algılayacaktır. Şekil 4'te $\boldsymbol{r_1}$ ve $\boldsymbol{r_2}$ noktalarındaki $m_1$ ve $m_2$ cisimlerinin hızları sırasıyla $\boldsymbol{v_1} = \dot{\boldsymbol{r}}_1$ ve $\boldsymbol{v_2} = \dot{\boldsymbol{r}}_2$ ise her noktadaki **göreli** hız-sürat dördeyi:

$$\boldsymbol{q_{R1}} = \sqrt{\frac{2Gm_1}{r_{12}}} + k_1\sqrt{\frac{2Gm_1}{r_{12}}}(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_1 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{12}) - \dot{\boldsymbol{r}}_2$$

$$\boldsymbol{q_{R2}} = \sqrt{\frac{2Gm_2}{r_{21}}} + k_2\sqrt{\frac{2Gm_2}{r_{21}}}(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{21}) - \dot{\boldsymbol{r}}_1$$

Veya kaçış süratlarını ayırırsak:

$$\boldsymbol{q_{R1}} = \sqrt{\frac{2Gm_1}{r_{12}}}\left[1 + k_1(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_1 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{12}) - \dot{\boldsymbol{r}}_2\sqrt{\frac{r_{12}}{2Gm_1}}\right] \tag{18}$$

$$\boldsymbol{q_{R2}} = \sqrt{\frac{2Gm_2}{r_{21}}}\left[1 + k_2(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{21}) - \dot{\boldsymbol{r}}_1\sqrt{\frac{r_{21}}{2Gm_2}}\right]$$

Böylece göreli etkin alan potansiyel dağılımı aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\gamma_{Re} = \left[1 + k_1(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_1 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{12}) - \dot{\boldsymbol{r}}_2\sqrt{\frac{r_{12}}{2Gm_1}}\right] \cdot \left[1 + k_2(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_2 \times \hat{\boldsymbol{r}}_{21}) - \dot{\boldsymbol{r}}_1\sqrt{\frac{r_{21}}{2Gm_2}}\right] \tag{19}$$

Buna göre, hareket halinde her cismin diğerinin bulunduğu noktadaki göreli potansiyelleri ve birbirlerine uyguladığı kuvvetler:

$$V_{Re1} = -\frac{Gm_1}{r}\gamma_{Re} \qquad V_{Re2} = -\frac{Gm_2}{r}\gamma_{Re} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{F_1} = \boldsymbol{F_2} = \boldsymbol{F} = Gm_1m_2\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\gamma_{Re}}{r}\right) \tag{21}$$

Aksiyom 3 gereği bu kuvvetin sıfır olması gerekmektedir. Böylece:

$$\boldsymbol{\nabla}\left(\frac{\gamma_{Re}}{r}\right) = 0 \tag{22}$$

Bu ifade ikili bir sistem için geçerli **evrensel hareket** eşitliğidir. N adet cisimden oluşmuş bir sistem için bu eşitlik aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\boldsymbol{\nabla}(\Gamma_R R^{-1}) = 0 \tag{23}$$

Burada $\Gamma_R$, *NxN* boyutlu **göreli** alan potansiyel dağılım matrisi, $R^{-1}$ de *NxN* boyutlu, ana köşegeni (diagonal) sıfır olan simetrik $\left(1/r_{ij}\right)$ matrisidir.

Evrensel hareket eşitliği gezegenlerin yörüngeleri üzerinde neden dengede olduklarını da açıklar. Buna göre gezegenler yörüngeleri üzerinde Güneş'in çekim kuvveti etkisinde oldukları için değil tam tersi olmadıkları için dengededirler. Bu, Einstein'ın gezegenlerin yörüngeleri üzerinde neden dengede olduklarıyla ilgili görüşü ile örtüşmektedir. Gezegenler Güneş'i göremezler ve onu bilmezler bile, onlar sadece kendilerine uygulanan kuvveti yok etmek üzere bir yol takip ederler. Bunun kestirme bir yol olup olmadığını da bilmezler. Tıpkı akarsuyun üzerinde suyun hızına kapılıp giden bir dal parçası gibi. **Bunun için "graviton" gibi bir kuvvet taşıyıcısına da gereksinimleri yoktur.**

## 4. GÜNEŞ SİSTEMİNE UYGULAMA

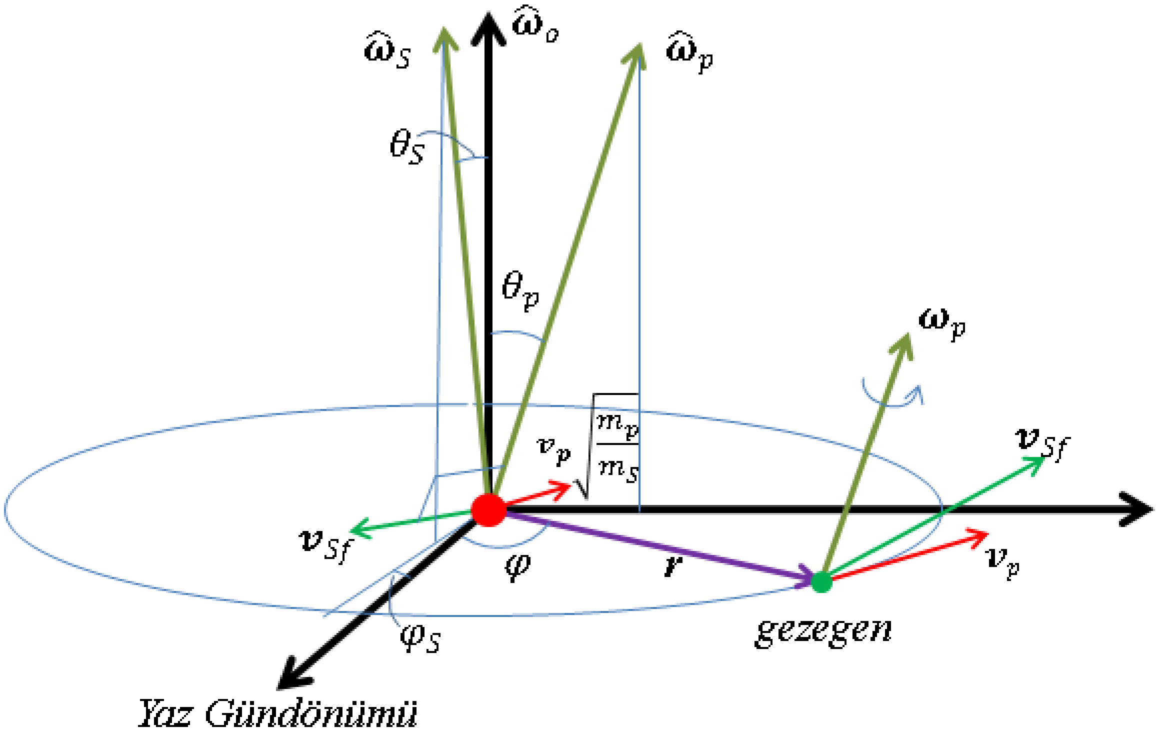
Evrensel kuvvet-hareket denklemlerini (14-23) çözmeden de, gezegenlerin yörüngelerini bildiğimiz için, çözümden giderek doğrulamasını yapabiliriz. Bunun için Newton hareket yasaları yerine daha basit yöntemi evrensel hareket eşitliğini kullanacağız.

Ancak gene de çözümden giderek yapılacak bu doğrulamada her şeyin yolunda gideceğini beklememeliyiz. Bu beklenti bilimsel olarak doğru olamaz. Bunun nedenlerini aşağıdaki gibi sıralayabiliriz:

1. Gezegenlerin yörüngeleri üzerindeki hız ve ivme bileşenleri, tam bir düzlem üzerinde pürüzsüz elips bir yörüngede döndükleri var sayılarak, yani Kepler'in hareket yasalarına göre hesaplanmaktadır. Oysa **evrensel kuvvet eşitliği** Güneş ve gezegenlere etkiyen kuvvetin tam da merkezi bir kuvvet olmadığını, üç eksende de bileşenlerin bulunduğunu söylemektedir. Bu durumda yörüngelerin pürüzsüz bir elips olması varsayımı doğru olmayacaktır ve doğrulamada hatalı sonuçlara yol açacaktır. Yörüngelerin üç eksende de tam olarak bileşenlerinin ne olduğunu eşitlik (22)'deki diferansiyel denklem sisteminin çözümü söyleyecektir.
2. Şu soruyu kendimize sormak zorundayız: Newton'un çekim yasasına göre hesaplanmış gök cisimleri ile ilgili büyüklüklere (temelde kütle ve mesafe) ne ölçüde güveneceğiz? Örneğin Güneş ve diğer gezegenlerin kütle büyüklükleri farklı kuvvet ilişkileriyle hesaplanırsa farklı değerler elde edilebilir.
   Gene de eşitliklerdeki evrensel çekim sabitine ve dünya ile ilgili büyüklüklere güvenmememiz için bir neden yoktur. Evrensel kuvvet sabiti Newton çekim yasasından bağımsız Cavendish tarafından 1798'de deneysel olarak bulunmuş, daha sonra da modern ölçüm yöntemleriyle iyileştirilmiş ve güvenilirliği artırılmıştır. Dünyanın boyutlarını ve kuvvet alanını çok hassas ölçebildiğimiz için, onun kütle büyüklüğüne de güveneceğiz. Gezegenlerin durağan kütleleri de çok sorun yaratmayacaktır. Evrensel hareket yasasında bunlara ihtiyaç yoktur. Eşitlikteki alan potansiyel dağılım çarpanları ise açı ve mesafe gibi optik gözlemlerle bulunabilen büyüklüklerin fonksiyonudur. Optik ölçümlere dayanan uzaklık değerleri mutlak değil göreli olacağından bunlara da ancak bir ölçüye kadar güvenebileceğiz. Şimdilik Newton yasası gereği hesap edilen Güneş kütle büyüklüğü hesaplarımız için olabilecek en büyük hata kaynağı gibi görülmektedir.
3. Burada geliştirilen evrensel eşitliklerin en özgün yanları, gök cisimlerinin kendi eksenleri etrafındaki dönüş hızlarını bir parametre olarak kullanmasıdır. Doğru çözüm için bu değerlerin tam olarak bilinmesi zorunludur. Oysa kayalık gezegenler dışında bu değerleri tam bilmemiz olanaksızdır. Bu da kesin hesaplamada hata oluşturacaktır.
4. Evrensel kuvvet eşitliğinin bir diferansiyel denklem sistemi olması nedeniyle bunun geçici ve kalıcı çözümleri bulunacaktır. Çözümden giderek yapılan doğrulama ancak kalıcı çözümler için geçerli olabilir. Eğer Güneş sistemindeki bazı hareketler halen geçici değişken noktada ise bu karşılaştırma için bir hata oluşturacaktır. Uzay bilimde zaman sabiti oldukça uzun olduğundan böylesine karşılaştırmaların yanıltabileceğini düşünmemiz gerekir. Örneğin Şekil 1b'de kuvvetin kutupsal açı bileşeninin ekvatora yaklaşırken sıfıra gittiği görülüyor. Yani gezegenlerin yörünge düzlemleri asimptotik olarak ancak sonsuz uzun bir sürede ekvator düzlemi ile çakışacakları söylenebilir.

## Hesaplamalar

Çalışmamızda **evrensel hareket eşitliği**nin Güneş sisteminde doğrulanması için eşitlik (19)'daki $\gamma_{Re}$ göreli alan potansiyel dağılım çarpanını Güneş-gezegen ikilisi için oluşturuldu. Diğer gezegenlerin etkisi göz ardı edildi. Eşitliği basitleştirmek için merkezinde Güneş olan ve yatay düzlemi gezegenin yörünge düzlemi olan koordinat sistemi kullanıldı. Gezegenin başlangıç hareket noktası için ilkbahar gündönümü noktası seçildi. Örnekleme yörünge üzerinde eşit açı aralıklarında yapılarak tüm gezegenler için tam bir döngü süresindeki hesaplamalar kolaylaştırıldı. Bu durumda zaman eksenindeki hesaplamalar için Kepler'in eşit açılar süpürme yasası kullanıldı. Hesaplamaların bütün gezegenlere kolayca uyarlanması için astronomik veriler koordinat dönüşümleri ile aynı koordinat sistemine getirilmesi sağlandı.




**Şekil 5** Güneş merkezli koordinat sistemi ve hız alanları

Şekil 5'te, kullanılan koordinat sisteminde bir Güneş-gezegen ikilisinde iki noktada da dördeylerin bileşenleri ayrı ayrı gösterilmektedir. Gezegenin bulunduğu noktada Güneş'in sürat alanı, döner hız alanı ve gezegenin çizgisel hızı bulunmaktadır. Güneş koordinat merkezinde sabittir; yani çizgisel hızı yoktur buna karşın bu noktada da gezegenin sürat alanı yanında, ekseni etrafındaki dönüşünden ve çizgisel hızından kaynaklanan iki alan hız bileşeni bulunmaktadır. Buna göre Güneş ve gezegen için Eşitlik 18'deki alan dördeyleri aksiyom 4 de göz önüne alınarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\boldsymbol{q_{RS}} = \sqrt{\frac{2Gm_S}{r}} + k_S(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}} \times \widehat{\boldsymbol{r}})\sqrt{\frac{2Gm_S}{r}} - \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{p}}$$

$$\boldsymbol{q_{Rp}} = \sqrt{\frac{2Gm_p}{r}} + k_p[\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{p}} \times (-\widehat{\boldsymbol{r}})]\sqrt{\frac{2Gm_p}{r}} + \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{p}}\sqrt{\frac{m_p}{m_S}}$$

Veya kaçış hızları ayrılarak:

$$\boldsymbol{q_{RS}} = \sqrt{\frac{2Gm_S}{r}}\left[1 + k_S(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}} \times \widehat{\boldsymbol{r}}) - \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{p}}\sqrt{\frac{r}{2Gm_S}}\right] \tag{24}$$

$$\boldsymbol{q_{Rp}} = \sqrt{\frac{2Gm_p}{r}}\left[1 - k_p\left(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{p}} \times \widehat{\boldsymbol{r}}\right) + \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{p}}\sqrt{\frac{r}{2Gm_S}}\right]$$

Burada S alt simgeli büyüklükler Güneş'e, p alt simgeliler ise gezegene aittir.
Buna göre eşitlik 19'daki göreli etkin alan potansiyel dağılımı da aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\gamma_{Re} = \left[1 + k_S(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}} \times \widehat{\boldsymbol{r}}) - \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{p}}\sqrt{\frac{r}{2Gm_S}}\right] \cdot \left[1 - k_p\left(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{p}} \times \widehat{\boldsymbol{r}}\right) + \dot{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{p}}\sqrt{\frac{r}{2Gm_S}}\right]$$

Veya:

$$\gamma_{Re} = 1 - k_S k_p(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{p}} \times \hat{\boldsymbol{r}}) \cdot (\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}} \times \hat{\boldsymbol{r}}) + \left[k_S(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}} \times \hat{\boldsymbol{r}}) \cdot \dot{\boldsymbol{r}} + k_p(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{p}} \times \hat{\boldsymbol{r}}) \cdot \dot{\boldsymbol{r}}\right]\sqrt{\frac{r}{2Gm_S} - \frac{r\dot{\boldsymbol{r}} \cdot \dot{\boldsymbol{r}}}{2Gm_S}} \qquad (25)$$

Evrensel hareket eşitliğini (22) küresel koordinatlarda açarak yazarsak üç eksendeki hareket eşitliği aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\begin{gathered}\left(-\frac{\gamma_{Re}}{r} + \frac{\partial \gamma_{Re}}{\partial \mathrm{r}}\right) = 0 \\ \frac{\partial \gamma_{Re}}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial \gamma_{Re}}{\partial \varphi} = 0\end{gathered} \qquad (26)$$

Bu ifadeler Güneş ve gezegenler için seçtiğimiz Güneş merkezli koordinat sistemi için hesaplanırsa yörünge düzlemi üzerinde aşağıdaki eşitlikler elde edilecektir:

$$\begin{gathered}1 - k_S k_p\left[\sin\theta_S \sin\theta_p \sin(\varphi - \varphi_S) \cos\varphi + \cos\theta_p \cos\theta_S\right] \\ + \frac{3}{2}\left(k_S \cos\theta_S + k_p \cos\theta_p\right) r\dot{\varphi}\sqrt{\frac{r}{2Gm_S}} + \frac{r^2|\dot{\boldsymbol{r}}|}{Gm_{S0}}\frac{\partial|\dot{\boldsymbol{r}}|}{\partial r} = 0 \\ -k_S k_p\left[\sin\theta_S \cos\theta_p \cos(\varphi - \varphi_S) + \sin\theta_p \cos\theta_S \sin\varphi\right] + k_S \sin\theta_S\, r\dot{\varphi}\sqrt{\frac{r}{2Gm_S}}\cos(\varphi - \varphi_S) \\ + k_p \sin\theta_p\, r\dot{\varphi}\sqrt{\frac{r}{2Gm_S}}\sin\varphi = 0 \\ -k_S k_p \sin\theta_S \sin\theta_p \cos(2\varphi - \varphi_S) + \frac{r|\dot{\boldsymbol{r}}|}{Gm_S}\frac{\partial|\dot{\boldsymbol{r}}|}{\partial\varphi} = 0\end{gathered} \qquad (27)$$

Burada $\theta_S$, $\varphi_S$, $\theta_p$, $\varphi_p$ Güneşin ve gezegenin eksenel birim vektörlerinin $(\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}}$ ve $\widehat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{p}})$ koordinatları, $|\dot{\boldsymbol{r}}|$ gezegen hızı, $\dot{\varphi}$ ise gezegenin yörünge üzerindeki açısal hızının genliğidir.

Hesaplamalar gezegenin yörünge denklemi[3] koordinat sistemindeki yatay düzlemde aşağıdaki gibi alınarak yapılmıştır:

$$\boldsymbol{r} = a\frac{1 - \varepsilon^2}{1 + \varepsilon\cos\Phi}\hat{\boldsymbol{r}}$$

Burada:

$a$ : gezegen yörüngesinin ana yarı eksen uzunluğu,

$\varepsilon$ : yörüngenin basıklığı,

$\Phi$ : gezegenin güneşe en yakın uzaklık doğrultusu ile konum vektörü arasındaki açıdır.

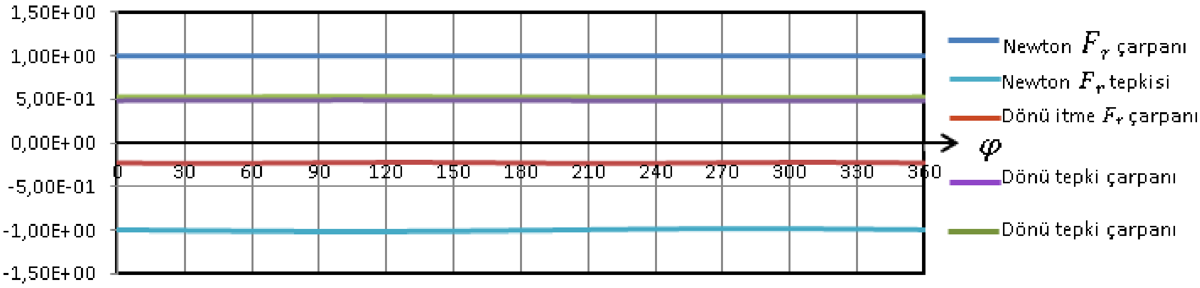
Gezegenin Güneş'e en yakın noktasını işaretleyen birim vektör açıları $\theta_{PH}$, ve $\varphi_{PH}$ ise, yörünge üzerindeki birim vectör z-eksenine dik olacağından bu açı aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\Phi = \cos^{-1}[\sin\theta \sin\theta_{PH} \cos(\varphi - \varphi_{PH}) + \cos\theta \cos\theta_{PH}]$$

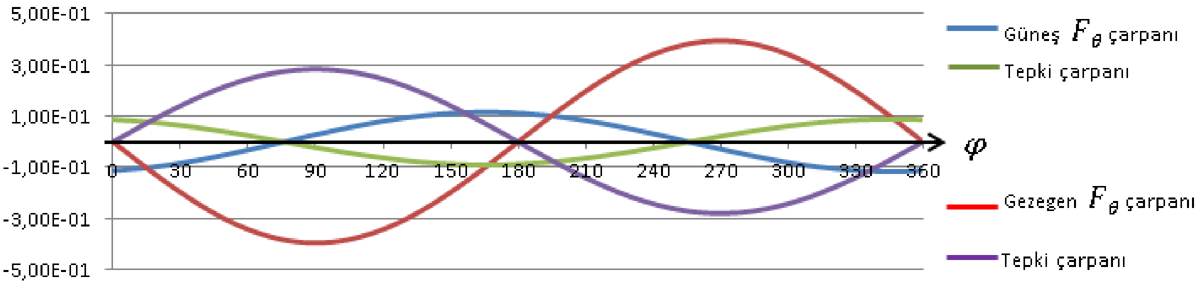
Evrensel hareket eşitliklerini doğrulama denklemleri (27), $\gamma_{Re}$ göreli etkin alan potansiyel dağılımının kısmi türevleri alınarak bulunmuştur. Buradaki birinci ve üçüncü eşitlikler, yatay düzlem üzerinde doğrudan hesaplanabilmektedir. Ancak gezegen yatay düzlemde hareket ettiği için ve bu düzlemde $\theta = 90°$ ve sabit olduğundan eşitliklerdeki ikinci, bileşen sıfır çıkacaktır. Oysa gezegen Güneş'ın ekvator düzleminde hareket etmediğinden gezegen bastırma kuvveti etkisinde olması gerektiğini biliyoruz. Bu kuvvetleri bulmak için $\theta$ bileşenine göre kısmi türevler önce genel hareket eşitliklerinde hesaplanmış sonra bunun yörünge düzlemindeki karşılığı bulunmuştur. Böylece üç eksende de gezegene etkiyen kuvvetler hesap edilebilmektedir.

Bu eşitlikler (27), ikili gök cisminin kendi eksenleri etrafında dönmemeleri $(k_S = k_p = 0)$ veya sadece birinin dönmesi durumunda ne şekil alacaklarını da göstermektedir. Açıkça görülüyor ki her eşitlikte kuvveti oluşturan bileşenler ve bu kuvvetleri sıfır yapacak gezegenin hareketinin yarattığı tepki bileşenleri ayrı ayrı yer almaktadır. Eşitlikleri genel anlamda test etmek ve etki ve tepki kuvvetlerini bir arada görmek için farklı dönü katsayıları kullanarak her bir bileşenin grafiği gözlenebilir. Sekil 6 Güneş-gezegen ikilisi için ancak farklı dönüş katsayıları ile üç eksende etki ve tepki bileşenlerini bir arada göstermektedir.

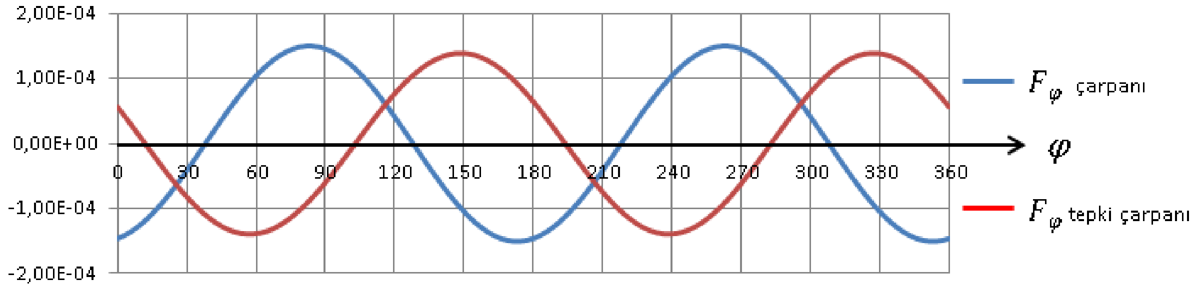
Evrensel hareket eşitliklerinde (27) 2 bilinmeyen fakat üç denklem bulunmaktadır. Normalde Newton-Kepler yasalarına göre gezegenin yörünge üzerindeki doğrusal ve açısal hızını ($|\dot{\boldsymbol{r}}|, \dot{\varphi}$) bildiğimiz için, bu üç eşitliği de sıfır yapacak $k_S$ ve $k_p$ değerlerini bulabilmeliyiz. Beklentimiz doğrultusunda her üç denklemi de sıfır yapacak katsayı değerlerini hiçbir zaman bulamayacağız. Çünkü ikili salt bir çekim kuvveti ile hareket etmemektedir. Bu nedenle gezegen yörüngesinde pürüzsüz bir yol takip edemeyecektir. Eşitliklerde sıfırdan her sapma değeri gezegene uygulanan kuvvet anlamına geldiğinden gezegenin bu sapmalara uygun dalgalı bir yol izlemesi kaçınılmazdır. **De Broglie** dalgaları da diyebileceğimiz bu dalgalı hareketin günlük yaşamımızdaki sonuçlarını, Dünya'nın dönme eksen doğrultusunun yıl boyu yaptığı sapmalarla gözlemleyebilmekteyiz. Evrensel hareket eşitliğinin tam çözümünün bulunup Dünya için üç eksendeki kaymaların dönü eksen kaymalarıyla ne ölçüde örtüştüğünün araştırılmasını güzel bir çalışma olarak önermekteyim.




**Şekil 6a** Işınsal bileşende $k_S = k_p = 0{,}5$ için etki-tepki kuvvetleri. Newton çekim kuvveti ile aynı grafikte görebilmek için katsayılar büyük seçilmiştir. Dönüş itme kuvveti dönü katsayılarının çarpımı olup ihmal edilir derecede küçüktür. Tepki kuvvetleri ise katsayılar oranında olup yörünge eksen kaymasının kaynağını oluştururlar. Kullanılan ölçek nedeniyle dönüş itmesi ve tepki kuvvetlerindeki ufak değişimler grafikte görünmemektedir.




**Şekil 6b** Yassılaştırma kuvvetleri ve tepki kuvvetleri. Burada Güneş ve gezegenin bastırma kuvvetleri bir arada görülsün diye $k_S = k_p = 1$ alınmıştır.




**Şekil 6c** Gezegenin dolanma yönünü belirleyen kuvvetin azimutn bileşeni ve tepki bileşeni. Burada tepki kuvveti oldukça küçük olduğu için dönü katsayıları da oldukça küçük alınmıştır ($k_S.k_p = 0{,}003$).

Evrensel hareket eşitliğinin (27) ışınsal bileşenindeki ilk terim yani bir sayısı, sürat alanının çekme kuvvet bileşenini, sonuncu terim ise bunu sıfırlamak için gezegenin tepkisini belirtmektedir. İkinci ve üçüncü terimler ise Güneş ve gezegenin dönülerinin yol açtığı birbirini çekme-itme kuvveti ve gezegenin buna karşı tepkisini tanımlamaktadır. Buradaki ikinci terim, eşitlik 25'teki genel ikinci terim ifadesinden gelmektedir. Yani:

$$-k_S k_p(\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{p}} \times \hat{\boldsymbol{r}}) \cdot (\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\boldsymbol{S}} \times \hat{\boldsymbol{r}}) = -k_S k_p\left[\sin\theta_S \sin\theta_p \sin(\varphi - \varphi_S)\cos\varphi + \cos\theta_p \cos\theta_S\right]$$

Bu ifade, Newton'un çekme kuvveti yanında ışınsal doğrultuda oluşan ve kaynağı ikilinin kendi eksenleri etrafında dönüşleri olan yeni bir kuvveti tanımlar. Katsayılar ($k_i$ ) pozitif olduğundan bu ifadenin işaretini etkileşimdeki cisimlerin dönüş yönleri belirleyecektir. İkisi de aynı yöne dönüyorsa işareti pozitif, ters yöne dönüyorsa negatiftir. Yani iki cismin birbirine göre kendi eksenleri etrafındaki dönme yönleri çekim kuvvetini artırıcı veya azaltıcı yönde çalışacaktır. Bu eşitlikteki trigonometrik ifadenin değeri 1 dolaylarında bir büyüklüktür, gök cisimleri için dönü katsayıları oldukça küçük olduğundan, çarpımları daha da küçük olacaktır. Bu nedenle aslında bu çekme-itme etkisi ihmal edilebilir boyuttadır. Bu ilave çekme-itme kuvvetinin fiziksel karşılığı *"Alan Göreli Evren Modeli Kuramının Temelleri"* adlı makalede ayrıntılı tartışılacaktır. Okurların tahmin edebileceği gibi atomların dünyasında da bu kuvvet-hareket eşitlikleri aynen geçerliliğini koruyacaktır; ancak bir farkla ki bu kez ihmal edilecek bileşenler farklı olacaktır.

Çekme-itme kuvveti $k_i$ katsayıların çarpımı ile orantılı iken, edilgen cismin buna tepkisi katsayıların kendileriyle orantılı iki terimin toplamından oluşmaktadır. Şekil 6b'den de görüleceği gibi bu bir anlamda gezegenin gereğinden fazla bir tepkisi şeklinde yorumlanabilir. Bu nedenle **en az birinin kendi ekseni etrafında döndüğü gök cisimlerin etkileşiminde yörünge ekseni kaymasının kaçınılmaz olduğu anlaşılmaktadır**. Alan dönmesi dikkate alınırsa bunu zihinsel canlandırması zor olmayacaktır. Alan dönmesinin yavaşlığı nedeniyle bu sadece Merkür yörüngesinde gözlenebilir bir büyüklük olarak görülebiliyor.

Işınsal doğrultudaki bu dört bileşenin toplamı tam olarak sıfır olamayacak, ancak ona çok yakın bir seyir izleyecektir. Bu da aslında gezegenin yörüngesi üzerinde pürüzsüz bir hareketinin olamayacağını, ışınsal doğrultuda bir dalga hareketiyle ilerleyeceği anlamına gelmektedir.

Eşitliğin $\theta$ bileşenini de görüleceği gibi dört ayrı potansiyel alanın dağılımı olarak ifade edilebilir. İkisi Güneş ve gezegenin bastırma kuvvetleri ve diğer ikisi de gezegen hareketinin buna tepkisi ile ilgilidir. Tanımlı yörünge üzerindeki her noktada bunların toplamlarının tam olarak sıfır olmamaktadır. Bu, yörünge düzleminin tam bir düzlem olmaması, gezegenin bu düzlem etrafında dalgalı hareket yapması nedeniyledir.

Son olarak eşitliğin yörünge üzerindeki hareket yönündeki $\varphi$ bileşeni, gezegenin güneş etrafındaki dolanma hareket yönünü, Güneş ve gezegenin dönüş yönlerinin belirlediğini göstermektedir. Newton-Kepler yasalarıyla tanımlı yörünge üzerinde, gezegenin bu dönüş kuvvetine tepkisinin tam da onu sıfırlayamaması nedeniyle, eşit alanlar süpürme yasasından ufak sapmalar yaptığını anlamaktayız.

**Sonuçlar**

Hareket eşitlik denklemlerine bakarsak, aşağıdaki sonuçları çıkarabiliriz:

1. Eğer sistem içindeki hiçbir cisim kendi eksenleri etrafında dönmüyorsa kuvvetlerin $\theta$ ve $\varphi$ bileşenleri olmayacak ve cisimler sadece Newton'un çekim yasası gereği merkezi bir kuvvet altında hareket edeceklerdir. Bu durumda küresel bir öbekleşmeyi, sistem içindeki cisimlerin ortalama yarısının en büyükleri etrafında ters yönde dolanmalarını gözlemleyebilmeliydik.
2. Eğer sistemdeki ana cisim ekseni etrafında dönüyor, diğerleri dönmüyorsa, ana cismin dönüşü öbekleşmenin biçimini belirlemektedir. Bu durumda ana cismin etrafındaki cisimlerin dolanma yönü ana cismin dönüş yönüyle aynı olmak zorundadır. Kendi eksenleri etrafında dönmeyen uydu cisimler, ana cismin ekvatorunda öbekleşmek zorundalar.
3. Etkileşen iki cisim de dönüyorsa bunların her birine uygulanan kuvvet, dönüş yönleri ve dönüş eksenleri tarafından belirlenmektedir. Bu nedenle bu kuvvetin etkisiyle takip ettikleri rota dönüş eksenlerinden bağımsız değildir.

Güneş sistemindeki düzenin üstte sıralı gözlemleri eksiksiz doğruladığı ortadadır. Dönüş hızları neredeyse sıfır olan Merkür ve Venüs, Güneş ekvatoruna daha yakın devinmekteler. Dönüş eksenleri Güneşi'nkinden ayrık ve hızlı dönen gezegenlerse Güneş ekvatoru ile daha açılı hareket etmektedirler.

Bu çalışma çerçevesinde sürdürülen ayrıntılı hesaplamalar ve tüm gezegenler için hesaplama tabloları Ocak 2016 içinde ilgilenen okuyucuların kullanımına sunulacaktır. Böylece her gezegen özelinde değişik $k_i$ değerleri için üç eksende karşılaştırma yapıp kuramın öngördüğü yörüngenin Newton-Kepler yörüngeleriyle ne ölçüde örtüştüğü doğrudan bilim insanları tarafından test edilebilecektir. Bu nedenle burada sayısal ayrıntılara girilmemiştir.

## 5. SERBEST DÜŞME

Cisimlerin birbirleriyle olan kuvvet ilişkisinde en yaygın olarak karşılaşılan uygulama, günlük yaşamımızda her an yüz yüze olduğumuz, yaşamımızı doğrudan ilgilendiren serbest düşme olgusudur. Evrensel hareket eşitliğinin buna söyleyeceği bir şeyler olmak zorundadır.

Serbest düşmede objeler bir engele takılmazlarsa belli bir ivme ile yer merkezine doğru hareket ederler. Burada düşen obje, dünyanın kendi ekseni etrafında dönmesine karşı duyarsızdır. Çünkü onunla birlikte döner, aralarındaki göreli hızlar sıfırdır $(k_E = k_o = 0)$. Bu nedenle kuvvet ilişkisinde $\theta$ ve $\varphi$ bileşenleri bulunmayacaktır. Bu durumda hareket eşitliği (27) aşağıdaki gibi olacaktır:

$$1 + \frac{r^2|\dot{\boldsymbol{r}}|}{Gm_E}\frac{\partial|\dot{\boldsymbol{r}}|}{\partial r} = 0 \qquad (28)$$

Burada $m_E$ dünyanın kütlesidir. Obje hızına $v_o = |\dot{\boldsymbol{r}}|$ dersek eşitliği aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$v_o\frac{\partial v_o}{\partial r} = -\frac{Gm_E}{r^2}$$

Bu ifadede her iki tarafı sonsuz küçük $dr$ ile çarpıp iki tarafı da gene sonsuz küçük $dt$ ye bölersek:

$$v_o\frac{dv_o}{dt} = -\frac{Gm_E}{r^2}\frac{dr}{dt}$$

Buradan $dr/dt$ obje hızı, $dv_o/dt$ obje ivmesi olduğu göz önüne alınırsa, serbest düşme ivmesi için aşağıdaki değeri elde ederiz:

$$g = -\frac{Gm_E}{r^2}$$

## 6. DENGE ve YAYILMA HIZI

Evrensel kuvvet-hareket eşitlikleri için iki önemli noktayı vurgulamak gerekmektedir.

**a. Denge**

Hareket eşitliğinin (26) üç eksendeki bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{gathered}\left(-\frac{\gamma_{Re}}{r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\gamma_{Re}}{\partial \mathrm{r}}\right) = 0\\ \frac{1}{r^2}\frac{\partial\gamma_{Re}}{\partial\theta} = 0\\ \frac{1}{r^2}\frac{\partial\gamma_{Re}}{\partial\varphi} = 0\end{gathered} \qquad (29)$$

Burada denge durumundan uzaklaşıldığında, yani eşitliklerin sıfır olmadığı durumlarda, nelerin olabileceğini anlayabilmek için uzaklıklar da gösterilmiştir.

Bu eşitliklerde ışınsal bileşendeki ilk terim, uzaklık arttıkça ikinciden daha hızlı azalmaktadır. Bu iki terimin eşit olduğu uzaklık ise denge durumunu ifade etmektedir. Denge durumundan daha uzak noktalarda itme, yakında ise çekme kuvveti baskın olmaktadır. Bir şekilde denge durumundan $r$'nin artımıyla uzaklaşılırsa denge yok olacak, itme etkin olacak ve gezegen daha da uzaklaşacaktır. Ancak bu kez alan potansiyel dağılım çarpanının φ bileşeni hızla azalacağından, yörünge üzerindeki hız da azalacaktır. Bu da ışınsal bileşenin (27) sonundaki hız terimini küçültecek ve çekim kuvvetini artırarak sistemi tekrar dengeye getirecektir. Denge durumundan daha yakın mesafeler için benzeri işleyişin tersi olacaktır. Öte yandan Şekil 1b, θ bileşenindeki denge durumundan sapmalarda sistemin nasıl davranacağı konusunda bir kuşkumuz bulunmamaktadır. Bu şekilde gezegene üç eksende de dışarıdan gelecek denge bozucu, yani mesafe, açı ve hızı değiştirici etkilerin nasıl savuşturulacağı ile ilgili çözümlemeler yapılabilir. Sonuçta gezegenler yörüngelerinde **kararlı denge** durumunda bulunacaklardır.

Eğer **sistemler arasında bir denge durumu yoksa** daha uzak mesafelerin ayni yönde dönü yapan sistemler için nasıl bir etkisinin olabileceği konusunu okuyucuya bırakıyorum. Birbirlerine yaklaşan ve uzaklaşan gök adaların dönüş yönlerinin karşılaştırılması (spirallerin yapısından bu anlaşılabilir) evrenin düzeni için çok önemli bulgulara yol açacaktır.

b. **Yayılma Hızı**

Evrensel kuvvet-hareket eşitliklerinde birbirinden milyonlarca kilometre uzaklıklardaki olaylar sanki bir arada ve eşzamanlı oluyormuş gibi ilişkilendirilmektedir. Bu **uzaktan etkileşme** konusu Newton fiziğinde de görelilikte de en tartışmalı konulardan biridir. Biz burada olayı uzaktan etkileşime hareketin uzaktan etkisini katarak iyice karmaşık hale getirdik. **Aslında bu eşitlikleri benimsiyorsak aşağıda sözü edilen iki şeyden en az birini peşinen kabul etmiş olmaktayız**:

i. Söz konusu etki alanlarının uzayda yayılma hızı sonsuzdur. Örneğin Güneş'in ekseni etrafında dönmesi tüm etki alanına anında yansıyacak veya gezegenin yörünge üzerindeki çizgisel hızı Güneş'in bulunduğu noktada anlık alan hızı olarak algılanacaktır. Ancak bu satırların yazarı, bir havuzun ortasında dönen robot bir pervanenin enerjisini suyun içinde yayması gibi bu alanları da bir enerji yayılımı olarak görmektedir. Bu nedenle alan hızlarının sonlu üstelik sanıldığından da yavaş olduğunu düşünmektedir. Hatta bu alan yayılma hızının sabit olmayıp uzaklaştıkça azalması gerektiğini öngörmektedir. Yani alan hızının uzayda sabit ve ışık hızı gibi yüksek olması söz konusu değildir. Öyleyse evrensel kuvvet-hareket eşitliklerinin geçerli olabilmesi için başka bir olgunun gerçekleşiyor olması gerekmektedir.

ii. **Alan etkileşimli dengeli bir sistemde cisimlerin etki alanlarını belirleyen büyüklüklerin, örneğin onun kütle ve hızlarındaki değişikliklerin etki alanına yansıma süresi ile, bu alandan etkilenen cismin hareket döngüsü arasında bir uyumun bulunması zorunludur**. Evrensel hareket eşitliği ancak alan kaynağındaki değişimin etkisinin alana ulaşması ile ona tepki gösterenin tepki döngüsü arasında bir uyumluluk varsa geçerli olabilir. Öbür türlü kaynağındaki düzensiz değişim, cisme düzensiz bir kuvvet uygulayacak, tutarlı bir denge durumu oluşamayacaktır. **Bu olgu bir atomda elektronların neden sadece belli yörüngelerde dolanmalarına izin verildiğinin kuramsal açıklamasıdır.** Pekâlâ, bu olgunun uzaydaki dengeli bir sistem içinde bir karşılığı var mıdır? Hemen belirtelim ki vardır. Bunu anlayabilmek için bu alan enerjisinin yayılma hızını bilmeliyiz.

**Aksiyom 1a** ile uzayda her cismin etki alanında bir hız alanına sahip olduğunu biliyoruz. Etki alanında yeteri kadar küçük bir hacim seçersek bunun içini homojen bir uzay parçası olarak değerlendirebiliriz. Bu durumda bu noktadaki hız alanının her yönde aynı hızda yayılıyor olması gerektiği açıktır. Sonuçta bu hız yayılma yönünde de aynı olacaktır. Böylece bu alanın kaynağından başlayarak hangi hızla uzaklaştığını bulmak için eşitlik (2)'yi aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2Gm}{r}} \tag{30}$$

Bu ifadenin her iki tarafını $dt$ ile çarpıp integralini alarak alan enerjisinin kaynağından çıktıktan sonra (başlangıç değeri sıfır) etki alanındaki $r$ uzaklığına hangi sürede gideceğine ilişkin aşağıdaki bağlantıyı buluruz.

$$\frac{t^2}{r^3} = \frac{2}{9Gm} \tag{31}$$

Yani alan enerjisinin kaynağından çıktıktan sonra ışınsal doğrultuda aldığı mesafenin küpü ile oraya varma süresinin karesi arasında sabit bir oran bulunacaktır. Kepler'in 3. yasası da "gezegenlerin yörüngeleri üzerindeki döngü süreleri ile yörünge ana yarı eksen uzunluğu arasında eşdeğer bir bağıntıyı" ifade eder. Yarı eksen uzunluğunun yaklaşık güneş-gezegen arası mesafe olduğu göz önüne alınırsa, döngü süresi ($T$) ile, Güneş alan etkisinin (enerjisinin) gezegene varma süresi ($t$) arasında sabit bir ilişki bulunmalıdır. Eşitlik 31'de sabit $t^2/r^3$ oranı evrensel kuvvet sabiti $G$'yi hangi birimlerle ifade ettiğimize göre değişecektir. Bu sabit astronomik birim (AU), kilogram ve dünya yılı $[AU^3/(kg.yıl^2)]$ birimleriyle ifade edilirse ($G = 1{,}9944\ 10^{-29}$) $t^2/r^3$ oranı 1/180 dolaylarında olmaktadır. Güneş ve dünya için $T^2/r^3 = (1yıl)^2/(1AU)^3 = 1$ olduğundan, $T^2/t^2 = 180$ veya $T/t = 13{,}416$ olmalıdır. Dünya Güneş etrafında bir turunu 365 günde tamamladığından ($T$), eşitlik 31'le de Güneş alan enerjisinin dünyaya varma süresinin ($t$) 27,4 gün olması nedeniyle (bu süre güneşin bir dönüş süresine eşit, neden?) bu oran da 13,32 bulunur. Bu değeri dünya-ay dengeli sistemi için hesaplarsak dünya-ay uzaklığı 0,00257 AU ve ayın yörüngesel döngü süresinin 27,321661 gün olduğu göz önüne alınırsa gene 13,32 bulunur.

Aslında gözleme dayanan bu $\underline{T/t}$ değerinin kuramsal bir karşılığının da olması gerektiği açıktır. Bu kolayca bulunabilir. Ancak "evrensel hareket eşitliği" etkileşen dengeli sistemlerde etkileşen cisimlerin doğrusal ve dönü hareketlerinin de fonksiyonu olduğundan ve dönü miktarlarının farklı olması nedeniyle bulunacak değerler birbirine çok yakın ancak eşit olmayan değerler elde edilecektir. Bu dedenle kuramsal değer dönü hareketi olmayan dengeli sistemler için bulunacaktır.

Dönü hareketi olmaksızın evrensel hareket eşitliğinin işinsal bileşeni olan (28) eşitliğini genel anlamda tekrar yazarsak:

$$1 + \frac{r^2 v}{Gm}\frac{\partial v}{\partial r} = 0$$

Burada $m$ alanı oluşturan kaynak kütle ve $v$ etkilene cismin yörünge hızıdır. $\frac{\partial v}{\partial r}$ ifadesinin karşılığı yazılırsa[5]:

$$v^2 = \frac{Gm}{r}$$

Etkilenen cismin ortalama yörüngesel hızı döngü süresi cinsinden $v = \frac{2\pi r}{T}$ olduğundan:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_{S0}}$$

Bu ifade aslında Kepler'in gezegenlerin hareketi için üçüncü yasasından başka bir şey değildir. Bu ifade ile eşitlik (31) ifadesi birleştirilirse:

$$\frac{T^2}{t^2} = 18\pi^2 = 177{,}653$$

Veya:

$$\frac{T}{t} = 3\sqrt{2}\pi = 13{,}3286$$

Gözlemsel değerle bu kuramsal değer arasında çok ufak bir fark var (**0,0086**). Bunun nedenleri üzerinde durulmalı. Ancak bu "kuvvet alanı yayılma yasası"nın evrensel niteliğine gölge düşüremez. Bu **muhteşem sonuç** hangi nedenle bu noktaya gelme ihtiyacı duyduğumuz gerçeğini unutturmamalıdır.

Görülüyor ki, gök cisimleri arasında belli **<u>bir denge olduğu sürece</u>,** aralarında çok büyük mesafe de olsa, eşzamanlı olgular gibi aynı kuvvet-hareket eşitliğinde kullanmamızda bir sakınca bulunmayacaktır. Burada **denge** sözcüğü özellikle vurgulanmıştır. Elektro-mekanik sistemlerde sistemi oluşturan birimler birbirlerine, **kuvvetleri ve enerjileri ileten** mekanik veya elektrik **bağlantı elemanlarıyla** birleştirilmiştir. Bu nedenle sistemdeki kuvvet-enerji ilişkilerini bir bütün olarak – gerektiğinde- gecikme elemanını da katarak aynı eşitlik içinde ifade edebiliyoruz. Alan etkileşimli sistemlerde benzer bağlantıyı alan sağlamaktadır. Bu açıdan eşitlik (31) bir gecikme elemanı gibi düşünülebilir. Öyle bir gecikme elemanı ki döngülü ilişkilerde varlığını hissettirmiyor.

Evrensel hareket eşitliği (23) şeyleri birbirine hem yaydıkları alan enerjisiyle hem de kendi hareketleriyle birlikte bağlar. Şeylerin **hareketi** ile alan enerjisinin **yayılma hızı** arasında uyum olursa denge oluşabilir öbür türlü ya **çarpma** oluşacak ya da şeyler birbirlerinden **uzaklaşacaktır**.

Evrensel kuvvet eşitliği ile Güneş tarafından **biçimlenmiş** bir kuvvet alanında alan kuvveti gezegene **anlık** etkiyormuş gibi görünür. Oysa alan enerjisinin çok yavaş yayılması nedeniyle Güneş'in bir anda yok oluşunu dünyada ancak günler sonra (27,4 gün) fark edebiliriz. Dünyanın yok oluşu ise Güneş tarafından ancak 43 yıl sonra anlaşılacaktır. Yani bir anlamda dünya yok olsa Güneşin ruhu duymayacaktır. **Bu gerçeklik kuvvet alanı dalgalarını, aynı kaynaktan gelen radyo dalgaları ile eş zamanlı olarak asla gözleyemeyeceğimizi gösteriyor**. **Gözlemlenebilir kuvvet alanı dalgalarının da sanılandan çok daha yakın bir kaynaktan gelebileceği anlaşılmaktadır**.

Dokuz yıl kadar önce yerçekimi alan hızını ölçmek için bir yöntem önermiştim[7]. O zaman önerdiğim yöntem kuvvet alan hızını ışık hızı cinsinden bulmayı amaçlıyordu. Orada dünya üzerinde kuvvet alanının gerçek zamanlı çok duyarlı ölçümü ile Güneş alanının döngülü etkisi bulunacak ve Güneşin görünen konumu arasındaki faz farkı hesaplanacaktı. Bu faz fark kuvvet alan hızı ve ışık hızı arasındaki ilişkiyi verecekti. Oysa bugün anlaşılıyor ki dünya biçimlenmiş bir kuvvet alanında yol aldığından Güneşin alan etkisini anlık olarak algılıyormuş gibi davranacaktır. Bu durumda vaktiyle önerdiğim bu yöntem sadece ışık hızının evrensel bir sabit olduğu konusunda bir kanıt sağlayabilir. ESER Ar-Ge bünyesinde TÜBİTAK desteğiyle bu konuda 2010 yılında bir Ar-Ge çalışması başlatıldı. Ancak düşük bütçe nedeniyle gelişmiş üretim teknolojisi kullanamama sonucu istediğimiz ölçüm duyarlılığını yakalayamamıştık. Bu konuda yapılacak daha kapsamlı bir çalışmaya ESER deneyimleriyle katkı sağlayabilir.

Buraya kadar, evrensel kuvvet ve hareket eşitliklerinin, başta sunulan yassılaşma ve aynı yöne dönme gibi açık gözlemlere nasıl çözüm getirdiğini gördük. Tek cümle ile bunun nedeni cisimlerin kendi ekseni etrafında dönmelerinin, etki alanlarında da yarattığı dönme olgusudur. Ama hâlâ gök cisimlerinin neden kendi eksenleri etrafında döndüğü ve neden her birinin yörünge eksenleri ile kendi dönme eksenleri arasında (axial tilt) farklı açıların olduğuyla ilgili bir şey söylemedik.

Kuramın en çarpıcı yanlarından biri de bu belirgin gözlemlerin nedenleri için sunduğu mükemmel ve kuşku götürmez yanıtlardır. Bununla ilgili araştırmalarımız yoğun bir şekilde sürmektedir ve pek çok farklı çarpıcı sonuçları da içeren bu çalışma birkaç ay içinde sunulacaktır.

Kuram temelde benim ana hatlarıyla 2012'de tamamladığım, *"Evrenin Alan Göreli Modeli"* adlı kuramsal çalışmama dayanmaktadır. Ancak bu kuram önce kendisini kanıtlaması gerekiyordu. Bu öncelikle kişisel olarak benim için, sonra da kuramımı sunacağım bilim insanları için gerekliydi. Bu nedenle bu ilk çalışmamı yayımlamadım. Elinizdeki bu makale ile kuram mükemmel bir şekilde doğrulanmış görünüyor. Ancak anlaşılıyor ki, buna kaynaklık eden ana çalışmayı baştan sona yeniden gözden geçirmem gerekecek. Bunu da 2016 yılı içinde tamamlamayı hedefliyorum.

**Teşekkür**

Bu çalışmamın Türkçe ve İngilizce metinlerinin daha anlaşılır olması için sayın Ayşe Gülbeden, Sayın Güner Yalçın ve kızım Ceren'ın çabalarına teşekkür ederim. Bu çalışmam uzun, yorucu, yıpratıcı ama olabildiğince de heyecanlı bir süreçte tamamlandı. Bu süreçte önerileri ve cesaretlendirici yaklaşımları için Sayın Prof. Dr. Birol Kılkış'a minnettarım. İsimlerini veremeyeceğim bazı değerli bilim insanlarına da da teşekkür etmeliyim. Onlarla birlikte yürüyebilmek için çok çabaladım, böylece geliştirme süreci daha kısa ve sancısız olacaktı. Ancak kendileriyle hiçbir konuda anlaşamadık ve tüm sorunları tek başıma kendimle savaşarak çözmek zorunda kaldım. Böylece bu bilim insanları **"Evrensel Kuvvet-Hareket Eşitliği"**ne varma onuruna tek başıma sahip olmama neden oldular. Kuşkusuz bu çalışma için en büyük teşekkürü ESER ailesine borçluyum. Alabildiğine yoğunlaşma ve yıpratıcı zihni faaliyet gerektiren bu çalışmanın başarısı için özgür ve huzurlu bir çalışma ortamı gerekiyordu. Sayın **İlhan Adiloğlu** yönetimindeki ESER ailesi bunu bana fazlasıyla sağladı. Böylesine sıcak çalışma ortamı bulamasaydım asla başarılı olamazdım. Sayın Adiloğlu ESER'de Ar-Ge birimini kurma aşamasında araştırma konularıyla ilgili bir kısıtlama getirmemişti. Tek ölçütü nitelikli olmasıydı. Bunu sağlayabildiğim için mutluyum.

1. Bu konuda bakınız "**Properties of galaxies reproduced by a hydrodynamic simulation** M. Vogelsberger, S. Genel, V. Springel, P. Torrey, D. Sijacki, D. Xu, G. Snyder, S. Bird, D. Nelson, L. Hernquist, 8 May 2014, VOL 509, NATURE".
2. Konuya yabancı okurlar dördeylerle ilgili kapsamlı bilgiyi ileri düzey Matematik-Fizik kitaplarında veya Roger Penrouse'un fizikteki hemen hemen tüm sorunları tartıştığı temel bir başvuru kaynağı olan "The Road to Reality"

adlı kitapta (bölüm 11) bulabilirler. **Dördeyler dört boyutlu vektör gibi değerlendirilip sayısal çarpım yapılabilir**.

3. The Astronomical Almanac fort the year 2013, ISBN 978-0-7077-41284 page: E8
4. Bakınız https://en.wikipedia.org/wiki/Moon
5. Bakınız konu ile ilgili "matematiksel ayrıntılar".
6. Gelişmiş LIGO projesiyle, 250 milyon ışık yılı uzaktan 1,4 güneş büyüklüğünde nötron yıldız çiti kaynaklı kütlesel çekim dalgalarının gözlemlenmesi beklenmektedir. (https://www.advancedligo.mit.edu/adligo_news.html)
7. Bu konuda ayrıntılı bilgi için www.realtimegravity.org adlı siteye veya ESER sitesindeki "How to measure gravity speed?" adlı yazıma bakabilirsiniz.

**Kaynakça**


- **Field Analysis and Electromagnetics** Masour Javid and Philip Marshall Brown, 1963 by the McGraw-Hill Book Company, Inc. *Catalog Card Number 62-22199*
- **Theoretical Mechanics** with introduction to Lagrange's Equations and Hamiltonian Theory by Murray R. Spiegel, 1967 by the McGraw-Hill Book Company, 60232.
- **The Astronomical Almanac** fort the year 2013, Published by the United Kingdom Hydrographic Office ISBN 978-0-7077-41284
- **Mathematics of Dynamic Systems** by H.H. Rosenbrock and C. Storey THOMAS NELSON and SONS LTD. Great Britain 1970
- **Stability Theory of Dynamic Systems** by J.L. Willems THOMAS NELSON and SONS LTD. Great Britain 1970
- **Vector Analysis and an introduction to Tensor Analysis SI (metric) edition** by Murray R. Spiegel, 1974 by the McGraw-Hill Book Company.
- **Physics for Scientists and Egineers with Modern Physics** by Douglas C. Giancoli PEARSON 2013 ISBH 978-605-4691-34-0
- **Philosophical Concepts in Physics** The Historical Relations between Philosophy and Scientific Theories, by James T. Cushing Cambridge University Press 2000.
- **Relativity, The Special and General Theory** by Albert Einstain 1916, Say Yayıları 8. Baskı 2008
- **The Meaning of Relativity** by Albert Einstein 1922, ALFA Basım 2014
- **Eintein's Theory of Relativity** by Max Born 1962, Evrim Yayınevi 1995.
- **The Road to Reality** A Complete Guide to the Laws of the Universe by Roger Penrose 2004
- **The Life of the Cosmos** by Lee Smolin 1997, ALFA basım 2015
- **Wikipedia free encyclopedia https://en.wikipedia.org**